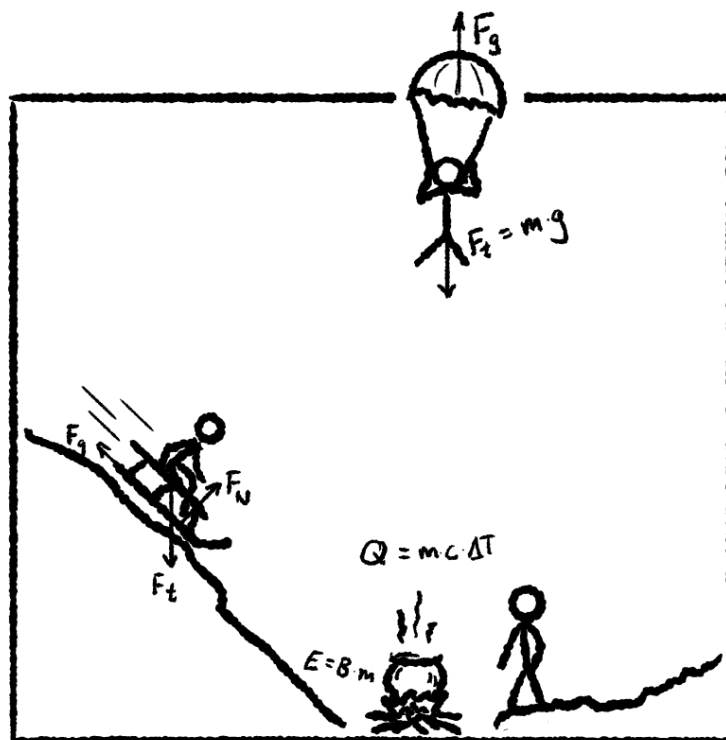


Mike Vandal Auerbach

KRÆFTER OG ENERGI

Version 1.1

3. december 2024



Kræfter og energi

Version 1.1, 2024

I disse noter gives en kort gennemgang af kraftbegrebet, både i 1 og 2 dimensioner, hvorefter mekanisk energi forklares ud fra arbejdsbegrebet. Til sidst gives en kort gennemgang af termisk/indre energi.

Værdien af forskellige konstanter er, med mindre andet er angivet, taget fra Databog Fysik Kemi, 11. udgave.[1]

Disse noter er skrevet til fysikundervisning på stx og må frit anvendes til ikke-kommercielle formål.

Noterne er skrevet vha. tekstformateringsprogrammet $\text{\LaTeX}$, se www.tug.org og www.miktex.org.
Figurer og diagrammer er fremstillet i *pgf/TikZ*, se www.ctan.org/pkg/pgf.

Disse og andre noter kan downloades fra www.mathematicus.dk.



Materialet er udgivet under en »Kreditering-Ikkekommerciel-Deling på samme vilkår 4.0 International«-licens (CC BY-NC-SA 4.0).

Mike Vandal Auerbach, 2024.

Indhold

1	Kræfter	5
1-1	Måling af kræfter	5
1-2	Newtons love	6
1-3	Tyngdekraft	7
1-4	Kraftdiagrammer	9
1-5	Sammenlægning af kræfter	10
1-6	Arbejde	13
2	Energi	17
2-1	Energiomdannelser	18
2-2	Energi kvalitet	20
2-3	Isolerede systemer	20
2-4	Effekt og nyttevirkning	21
3	Mekanisk energi	25
3-1	Kinetisk energi	25
3-2	Potentiel energi	26
3-3	Potentiel energi i et tyngdefelt	28
3-4	Bevarelse af mekanisk energi	30
4	Termisk energi	35
4-1	Tilstandsformer	35
4-2	Temperatur	36
4-3	Varmekapacitet og varmekapacitet	37
4-4	Smelte- og fordampningsvarme	40
4-5	Brændværdi	43
	Bibliografi	45
	Billedkilder	45

Kræfter

Vil man have en genstand til at bevæge sig, kan man skubbe til den eller trække i den. I begge tilfælde siger man at man påvirker genstanden med en *kraft*. Kraftbegrebet er centralt i fysikken idet det er kræfter der ligger bag enhver form for bevægelse eller forandring.

Hvis en genstand påvirkes af en kraft kan den enten ændre sin bevægelse, dvs. ændre hastighed og/eller retning, eller den kan ændre form. Det er kun det første der bliver set på i dette kapitel.



Figur 1.1: To eksempler på genstande der påvirkes af kræfter. På det første billede ses hunde der trækker en slæde,[19] og på det andet en elefant der skubber en bil op af mudderet.[12]

På figur 1.1 ses to eksempler på genstande der påvirkes af kræfter. Hundeslæden bliver trukket af hundene, og bilen bliver skubbet op af mudderet af elefanten. I begge tilfælde er der tale om såkaldte kontaktkræfter hvor genstanden påvirkes af noget der er i direkte kontakt med den.

Ikke alle kræfter er kontaktkræfter. Figur 1.2 viser et faldende egern. Den kraft der får egernet til at falde, er Jordens tyngdekraft; men egernet er ikke i direkte kontakt med Jorden. Tyngdekraften er derfor et eksempel på en såkaldt fjernkraft, altså en kraft der virker over afstand.

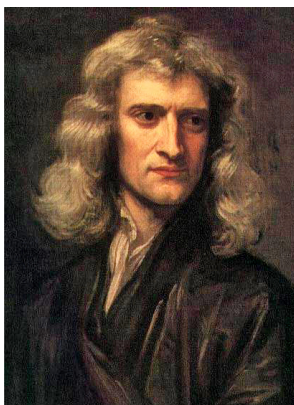
1-1 Måling af kræfter

I 1687 publicerede Isaac Newton (1642–1727) sit berømte værk *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (naturfilosofiens matematiske principper) hvori han opstillede tre naturlove for kræfter, de såkaldte »Newtons love«.[7] De tre love beskriver hvordan kræfter påvirker en genstands bevægelse. I den samme bog opstillede han også sin tyngdelov der redegjorde for hvordan tyngdekraft virkede.

Newtons *Principia*. . . var et banebrydende arbejde og en hjørnesten i tilblivelsen af moderne fysik.[7] Pga. hans arbejde med de 3 love og hans formulering af en generel teori for tyngdekraft, giver det god mening at man har valgt at opkalde SI-enheden for kraft efter ham. En krafts størrelse måles altså i *newton* (N).



Figur 1.2: Et faldende egern.[18]

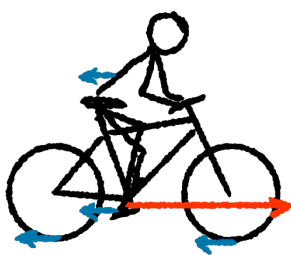


Figur 1.3: Sir Isaac Newton.[14]

¹Ordet kommer af græsk *dynamis* »kraft« og *metron* »mål«.



Figur 1.4: Et dynamometer der kan måle kræfter op til 5 N.



Figur 1.5: En cykel i fart påvirkes af flere kræfter.

Sammenhængen mellem denne enhed og grundenhederne er den følgende:

$$1 \text{ N} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}.$$

En kraft på 1 N er ikke en voldsomt stor kraft, den svarer nogenlunde til den kraft ens hånd påvirkes af pga. tyngdekraften når man holder en citron i hånden.

Man kan måle en krafts størrelse med et såkaldt *dynamometer*¹ (også somme tider kaldet et »newtonmeter«). Den simpleste form for dynamometer er et instrument der består af en fjeder og en skala. Fjederen er forsynet med en krog så man kan hægte den på en genstand, og alt efter hvor meget fjederen bliver trukket ud, kan man aflæse på skalaen hvor stor en kraft man trækker i fjederen med, se figur 1.4.

1-2 Newtons love

Newtons 1. lov: Inertiens lov

Newtons første lov siger at en genstand der ikke påvirkes af en kraft enten vil ligge stille eller bevæge sig langs en lige linje med en konstant fart.

Dette stemmer ikke helt overens med ens erfaringer fra dagligdagen. Cykler man f.eks. ud ad en landevej, så skal man blive ved med at træde i pedalerne for ikke at gå i stå. Grunden hertil er dog ikke at Newtons 1. lov er forkert, men at cyklen er påvirket af mange andre kræfter end kraften fra cykelrytteren der træder i pedalerne, bl.a. luftmodstand fra luften omkring cyklen og gnidning mellem hjulene og vejen. Disse kræfter virker modsat bevægelsen, dvs. når man holder en konstant fart på en cykel, leverer man selv en kraft der er lige så stor som gnidningskræfterne, sådan at cyklen samlet set ikke påvirkes af en kraft.

Figur 1.5 viser en tegning af en cykelrytter på en cykel. Den orange pil viser den kraft cykelrytteren påvirker cyklen med, mens de blå pile viser forskellige gnidningskræfter (mellem hjul og vejbane, i kædetrækket, luftmodstand, osv.). Bemærk at kræfterne trækker i hver sin retning, og at længden af de blå pile tilsammen er det samme som længden af den orange. På denne måde kan man se at disse kræfter udligner hinanden, sådan at den samlede kraft – den såkaldt *resulterende kraft* – er 0. Når dette er tilfældet kører cyklen ligeud med en konstant fart.

Newtons 2. lov: Kraftloven

Når en genstand som har en masse, påvirkes af en kraft, vil den ændre retning og/eller fart. Genstandens bevægelse ændres i kraftens retning.

Generelt gælder der at en større kraft fører til en større ændring, og at hvis genstanden har en lille masse, forårsager kraften en større ændring end hvis massen er stor.²

²Det kan udtrykkes meget mere præcist som formelen $F = m \cdot a$ hvor F er den resulterende kraft, og a er genstandens acceleration, men denne beskrivelse ligger ud over formålet med dette kapitel.

Newton's 3. lov: Loven om aktion og reaktion

To genstande vil altid påvirke hinanden med kræfter der er lige store og modsat rettede.

Hvis f.eks. man står på et par rulleskøjter og kaster en bold, vil man opleve at man kører et lille stykke baglæns når man kaster bolden. Grunden hertil er at man skal påvirke bolden med en kraft for at kaste den, og man vil derfor blive påvirket af en lige så stor kraft fra bolden, sådan at man bliver skubbet baglæns, se figur 1.6.

Bolden og personen på rulleskøjter bliver altså påvirket af kræfter med samme størrelse. Dette betyder ikke at de påvirkes i samme grad, for bolden har en meget mindre masse end personen, dvs. ifølge Newtons 2. lov vil kraften forårsage en større ændring ved bolden end ved personen. Man vil altså opleve et forholdsvist lille skub baglæns, også selvom man kaster bolden ret langt.



Figur 1.6: En person på rulleskøjter der kaster en bold, vil opleve at blive skubbet en smule baglæns.

Øvelse 1.1

- a) Hvilke kræfter er personen på figur 1.6 påvirket af.

Øvelse 1.2

En bil kører på en vej med en konstant hastighed.

- a) Hvilke kræfter er bilen påvirket af?

1-3 Tyngdekraft

Ud over de 3 love der bærer hans navn, er Newton som sagt også kendt for tyngdeloven. Newtons tyngdelov udtrykker hvorledes to genstande altid påvirker hinanden med en kraft der er afhængig af deres masser og afstanden mellem dem.

Newton's tyngdelov

To genstande med masserne m og M påvirker hinanden med en kraft med størrelsen

$$F_t = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2},$$

hvor $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}$ er den såkaldte *gravitationskonstant*, og r er afstanden mellem de to genstandes massemidtpunkter.³

Det følger af Newtons 3. lov at en person der står på Jorden vil påvirke Jorden med præcis den samme tyngdekraft som Jorden påvirker personen med. Dette kan godt stride mod ens intuition, for man har jo ikke oplevelsen af at trække Jorden op imod sig. Men her skal man huske på Newtons 2. lov: Det kan godt være at kraftens størrelse er den samme, men masserne er bestemt ikke ens. Dvs. den kraft en person påvirker Jorden med, vil ikke medføre en målelig påvirkning af Jorden idet Jordens masse er mange gange større end massen af et menneske – faktisk ca. 10^{23} gange så stor.

I det hele taget er Jorden ret stor – det er trods alt en planet. Det betyder bl.a. også at for en person på Jorden vil afstanden r mellem

³Hvis man forestiller sig at en genstands masse skal koncentreres i et punkt, vil dette være det såkaldte massemidtpunkt. I en kugle der består af ét materiale, ligger massemidtpunktet i midten.

⁴Jorden er ikke en perfekt kugle, dens radius varierer mellem 6378 km ved ækvator og 6357 km ved polerne. De 6371 km er Jordens gennemsnitsradius.

Jordens centrum og personens massecentrum være nærmest det samme, uanset om personen står ved havoverfladen eller kravler op på et bjerg. Jordens radius er ca. 6371 km,⁴ mens det højeste bjerg på Jorden er Mount Everest som er 8,8 km højt,[2] hvilket er meget lidt i sammenligning.

Øvelse 1.3

Jordens radius er $r = 6371$ km, og dens masse er $m_J = 5,976 \cdot 10^{24}$ kg.

- a) Bestem tyngdekraften på en person der vejer 75 kg.

Personen bestiger nu Mount Everest, dvs. afstanden til Jordens centrum bliver 8,8 km større.

- b) Bestem tyngdekraften på personen på toppen af Mount Everest.
c) Hvor stor er forskellen i tyngdekraft ved jordoverfladen og på toppen af Mount Everest?

Øvelse 1.4

- a) Bestem tyngdekraften mellem dig og Jorden.
b) Bestem tyngdekraften mellem dig og din sidekammerat når I er 1 m fra hinanden.
c) Brug resultaterne til at forklare hvorfor man kan se bort fra tyngdekraften mellem to genstande der befinder sig på Jorden.

Hvis en genstand med massen m befinder sig på jordoverfladen, bliver genstanden påvirket af en tyngdekraft på

$$F_t = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} = \frac{G \cdot M}{r^2} \cdot m.$$

hvor m er genstandens masse, M er Jordens masse, og r er afstanden til Jordens centrum.

Størrelserne G og M er konstante. Størrelsen r er næsten konstant idet forskellen på at stå ved jordoverfladen eller flyve i 10 kilometers højde ikke ændrer ret meget på afstanden til Jordens centrum. Dvs. brøken $\frac{G \cdot M}{r^2}$ er (næsten) konstant. Denne konstant kalder man *tyngdeaccelerationen*, g . Jordens masse er $M = 5,976 \cdot 10^{24}$ kg, så tyngdeaccelerationen er

$$g = \frac{G \cdot M}{r^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot 5,976 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{(6371 \cdot 10^3 \text{ m})^2} = 9,82 \text{ N/kg}.$$

Fordi tyngdeaccelerationen er (næsten) konstant ved jordoverfladen, kan man beregne tyngdekraften på genstande ved jordoverfladen med en noget simple formel.

Tyngdekraft ved jordoverfladen

En genstand med massen m der befinder sig ved jordoverfladen, er påvirket af en tyngdekraft med størrelsen

$$F_t = m \cdot g,$$

hvor $g = 9,82 \text{ N/kg}$ er tyngdeaccelerationen.

Selvom Jordens radius varierer en smule fra ækvator til polerne, og afstanden til Jordens centrum også ændrer sig lidt hvis man bestiger et bjerg, har det en meget lille betydning for tyngdeaccelerationens størrelse. Man kan derfor med god tilnærmelse regne den for konstant overalt på Jorden.

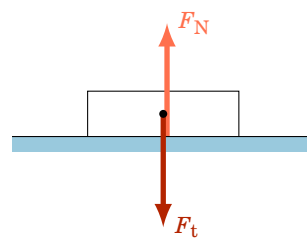
Eksempel 1.5

En tung bog på 1,65 kg ligger på et bord. Bogen bliver påvirket af en tyngdekraft på

$$F_t = m \cdot g = 1,65 \text{ kg} \cdot 9,82 \text{ kg/N} = 16,2 \text{ N}.$$

En bog der ligger på et bord, påvirkes af tyngdekraften. Ifølge Newtons 2. lov skal bogen derfor bevæge sig i tyngdekraftens retning. Det ville den også gøre hvis bordet ikke var der, men når nu bogen ligger stille på bordet, må der være andre kræfter på spil end blot tyngdekraften.

Forklaringen kommer fra Newtons 3. lov. Idet tyngdekraften trækker i bogen, så trækkes bogen ned mod bordet med denne kraft. Når bordet påvirkes med en kraft, vil bordet også påvirke bogen med en kraft der er lige så stor, men modsat rettet. Denne kraft kalder man en *normalkraft*,⁵ se figur 1.7. Den resulterende kraft på bogen er således 0, og det er derfor den ligger stille.



Figur 1.7: En bog der ligger på et bord er påvirket af både tyngdekraften F_t og en normalkraft F_N fra bordet.

⁵Kraften hedder en *normalkraft* fordi den er vinkelret på underlaget, der er her tale om den matematiske betydning af ordet »normal«.

Øvelse 1.6

- a) Bestem tyngdekraften på et æble med en masse på 130 g.

Øvelse 1.7

Tyngdekraften på en ramme sodavand med 24 dåser er 81,8 N. I beregningerne kan du se bort fra massen af pap og plastic.

- a) Hvad er den samlede masse af de 24 sodavand?
b) Hvad er massen af 1 dåse sodavand?

Øvelse 1.8

Tyngdekraften på en flaske med 250 mL solsikkeolie er 3,4 N.

- a) Hvad er massen af flasken med solsikkeolie?

Flasken uden olie har en masse på 110 g.

- b) Bestem oliens densitet.

1-4 Kraftdiagrammer

Når man skal tegne de kræfter der virker på en genstand, tegner man dem som pile. En skitse af alle de kræfter der virker på en genstand kalder man et *kraftdiagram*. Pilene der repræsenterer kræfterne, skal tegnes så de repræsenterer virkeligheden bedst muligt, de skal derfor opfylde nogle krav.

Tegning af kræfter

- Pilen skal starte i kraftens *angrebspunkt*, dvs. pilen skal starte der hvor kraften rent faktisk skubber til/trækker i genstanden. For fjernkræfter (f.eks. tyngdekraften) er angrebspunktet *massemidtpunktet*.
- Pilens retning skal svare til kraftens retning.
- Pilens længde skal svare til kraftens størrelse, dvs. en kraft på 10 N skal tegnes med en dobbelt så lang pil som en kraft på 5 N.

På figur 1.7 kan man se principperne i anvendelse. Tyngdekraften er tegnet så den starter i bogens massemidtpunkt, mens normalkraften tegnes så den starter ved berøringsfladen mellem bordet og bogen – idet det er en reaktionskraft fra bordet der skubber til bogen. Tyngdekraften peger nedad, mens normalkraften peger opad, og de to pile er lige lange idet kræfterne er lige store når bogen ligger stille.

Øvelse 1.9

En klods med en masse på 200 g trækkes hen ad et bord med en konstant hastighed. Trækkraften har en størrelse på 3,5 N.

- Bestem størrelsen af alle de kræfter der virker på klodsen.
- Tegn et kraftdiagram der viser alle disse kræfter.

1-5 Sammenlægning af kræfter

Når man lægger kræfter sammen, er det vigtigt at kende deres retning. Denne angiver man ved at give kræfterne fortegn. Før man lægger kræfter sammen, skal man derfor have besluttet hvilken retning der skal regnes for positiv.

Eksempel 1.10

Hvis en tung bog på 1,65 kg ligger på et bord påvirkes den af en tyngdekraft på 16,2 N (se eksempel 1.5). Regner man opad for den positive retning, vil det sige at

$$F_t = -16,2 \text{ N}$$

idet tyngdekraften peger nedad, altså i den modsatte retning af positiv. Normalkraften fra bordet peger modsat tyngdekraften, således at

$$F_N = 16,2 \text{ N},$$

og summen af de to kræfter er

$$F_t + F_N = -16,2 \text{ N} + 16,2 \text{ N} = 0 \text{ N}.$$

Den samlede kraft på bogen er 0 N, og derfor ligger bogen stille på bordet ifølge Newtons 1. lov.

Hvilken retning man vælger til at være positiv, er underordnet. I eksemplet ovenfor kunne man f.eks. sagtens vælge at kræfterne regnes positive når de peger nedad. På denne måde ville tyngdekraften være positiv og normalkraften negativ, men det ville ikke ændre på konklusionen. Typisk vælger man den positive retning så det giver mening i forhold til analysen af et konkret problem. Det kan f.eks. være at det giver fortolkningsmæssigt bedst mening at sige at positiv er opad, eller det kan også være at man vælger retning ud fra at flest af kræfterne skal være positive.

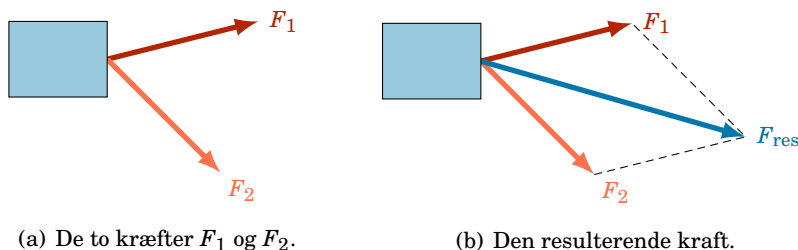
Øvelse 1.11

En faldende sten med en masse på 0,53 kg er påvirket af en gnidningskraft (luftmodstand) på 4,8 N.

- Hvilke andre kræfter virker på stenen?
- Bestem størrelsen og retningen af den resulterende kraft.
- Hvad sker der med stenens hastighed?

Kræfter i flere retninger

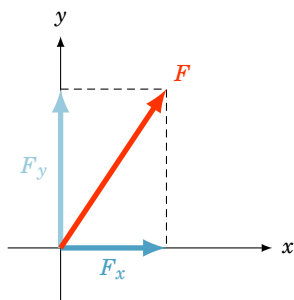
Ikke alle kræfter peger præcis med eller mod hinanden. Figur 1.8(a) viser en genstand der påvirkes af to forskellige kræfter der trækker i hver sin retning. Spørgsmålet er nu hvordan man lægger de to kræfter F_1 og F_2 sammen for at finde den resulterende kraft?



Figur 1.8: Sammenlægning af de to kræfter F_1 og F_2 vha. kræfternes parallelogram.

Sammenlægningen af kræfterne er vist på figur 1.8(b). Her er der tegnet det såkaldte *kræfternes parallelogram* som er parallelogrammet udspændt af de to kræfter F_1 og F_2 . Når parallelogrammet tegnes, skal kraftpilene tegnes med samme begyndelsespunkt. Den resulterende kraft F_{res} udgør da en diagonal i parallelogrammet som vist på figuren. Når genstanden på figuren påvirkes af de to kræfter F_1 og F_2 , svarer det altså til at genstanden samlet set påvirkes af kraften F_{res} som kan findes på denne måde.

Hvis en genstand påvirkes af flere end to kræfter, kan kræfterne lægges sammen parvist. Er en genstand påvirket af kræfterne F_1 , F_2 og F_3 , kan man starte med at tegne et parallelogram for at lægge F_1 og F_2 sammen. Herefter kan man så tegne et nyt parallelogram for at lægge denne kraft (summen af F_1 og F_2) sammen med F_3 og herved finde den resulterende kraft.



Figur 1.9: Kraften F og dens komponenter i x - og y -aksens retning.

Komponenter

Som man kan se af det ovenstående, bliver det hurtigt besværligt at lægge kræfter sammen hvis der er mange af dem. En nemmere metode er at indlægge et koordinatsystem over kræfterne, og kigge på kræfternes såkaldte *komponenter*.

Figur 1.9 viser kraften F og dens komponenter i x - og y -aksens retninger. Som det ses på figuren, svarer komponenterne til projektionen af kraften ind på hhv. x - og y -aksen. Som man også kan se, er F lige netop summen af F_x og F_y . Størrelsen af kraften kan beregnes vha. Pythagoras' sætning som

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}.$$

Det viser sig at man kan lægge kræfter sammen ved at lægge komponenterne i hhv. x - og y -retningen sammen hver for sig. I det følgende eksempel skrives kræfterne derfor som

$$F = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix},$$

⁶Herved bliver F skrevet som en såkaldt *vektor*, det ligger dog uden for disse noter at beskrive fuldstændigt hvordan man regner med vektorer.

hvor F_x og F_y angiver komponenterne i hhv. x - og y -retningen.⁶

Eksempel 1.12

Figur 1.10 viser de tre kræfter

$$F_1 = \begin{pmatrix} -2 \text{ N} \\ 3 \text{ N} \end{pmatrix}, \quad F_2 = \begin{pmatrix} 3 \text{ N} \\ 0 \text{ N} \end{pmatrix} \quad \text{og} \quad F_3 = \begin{pmatrix} 1 \text{ N} \\ -5 \text{ N} \end{pmatrix}.$$

Lægger man disse kræfter sammen, får man den resulterende kraft

$$F_{\text{res}} = \begin{pmatrix} -2 \text{ N} \\ 3 \text{ N} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \text{ N} \\ 0 \text{ N} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \text{ N} \\ -5 \text{ N} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \text{ N} + 3 \text{ N} + 1 \text{ N} \\ 3 \text{ N} + 0 \text{ N} - 5 \text{ N} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \text{ N} \\ -2 \text{ N} \end{pmatrix}$$

som også ses på figuren.

Størrelsen af denne kraft er så

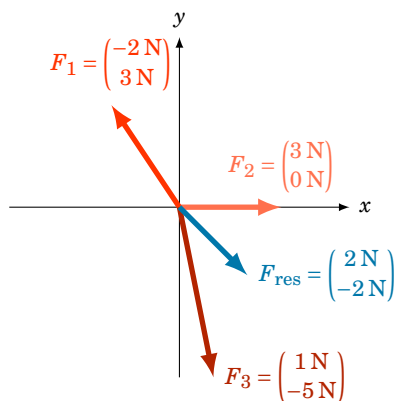
$$F = \sqrt{(-2 \text{ N})^2 + (2 \text{ N})^2} = 2,82 \text{ N}.$$

Hvordan man lægger koordinatsystemet, bestemmer man selv. Typisk vil man lægge koordinatsystemet sådan at flest mulige kræfter er parallelle med koordinatsystemets akser; så vil deres ene komponent nemlig være 0.

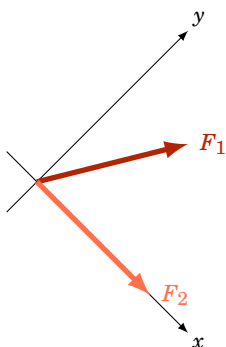
Figur 1.11 viser de to kræfter F_1 og F_2 fra figur 1.8(a) samt et indlagt koordinatsystem. Bemærk at koordinatsystemet er lagt sådan at F_2 er parallel med x -aksen. Herved får F_2 's komponent i y -aksens retning størrelsen 0, og det er typisk nemmere at regne med.

Eksempel 1.13

Som eksempel kan man se på en klods på et skråplan, der danner vinklen θ med vandret (se figur 1.12). Tyngdekraften kan deles op i to komponenter: $F_{t,1}$ som er parallel med skråplanet,



Figur 1.10: Sammenlægning af de tre kræfter F_1 , F_2 og F_3 .



Figur 1.11: To kræfter og et indlagt koordinatsystem

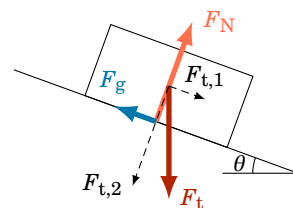
og $F_{t,2}$ som er vinkelret på skråplanet. En geometrisk analyse af figuren giver at

$$F_{t,1} = F_t \sin(\theta) \quad \text{og} \quad F_{t,2} = F_t \cos(\theta).$$

Når klodsen ligger stille på skråplanet, er gnidningskraften lige så stor som $F_{t,1}$, og man kan derved beregne gnidningskraften.

Hvis man kan justere vinklen θ , kan man bestemme den maksimale gnidningskraft ved langsomt at øge vinklen indtil klodsen lige nøjagtig begynder at bevæge sig; så har man nemlig fundet det punkt hvor tyngdekraftens komponent i skråplanets retning lige præcis overstiger gnidningskraften, og herved ved man også hvor stor den maksimale gnidningskraft er mellem klodsen og underlaget.

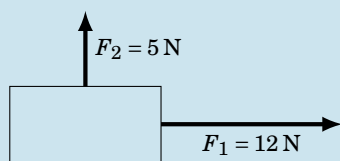
Alt dette er kun relevant hvis kræfterne rent faktisk er i to dimensioner. Så længe man ser på problemer hvor alle kræfter går enten op eller ned (eller mod venstre og højre), så behøver man ikke at regne med vektorer. Til gengæld er det vigtigt at man husker at holde styr på fortegnene.



Figur 1.12: En klods på et skråplan er påvirket af tyngdekraften, normalkraften og gnidningskraften.

Øvelse 1.14

To kræfter der står vinkelret på hinanden, trækker i en genstand som vist på billedet:



a) Bestem størrelsen af den resulterende kraft.

1-6 Arbejde

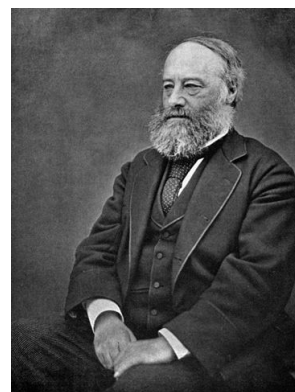
Hvis en kraft påvirker en genstand og skubber den et stykke vej, siger man at kraften har udført et *arbejde*. Når f.eks. en kasse skal løftes op på et bord, skal kassen påvirkes af en kraft, og den skal flyttes et stykke – nemlig afstanden fra gulvet til bordet. Selve arbejdet må afhænge af afstanden, sådan at kraften udfører mere arbejde jo større afstanden er. Dvs. jo højere bordet er, jo mere arbejde udfører kraften når kassen bliver løftet op på bordet. Man beregner derfor en krafts arbejde på denne måde:

En krafts arbejde

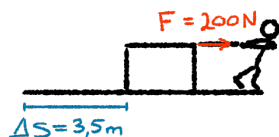
En kraft F der påvirker en genstand der flyttes et stykke vej Δs , udfører arbejdet

$$A = F \cdot \Delta s.$$

SI-enhederne for kraft og længde er hhv. newton og meter, dvs. enheden for arbejde bliver $\text{N} \cdot \text{m}$ som også kaldes joule (J). Enheden



Figur 1.13: James Prescott Joule.[16]



Figur 1.14: En person trækker en kasse 3,5 m med en kraft på 200 N.

er opkaldt efter James Prescott Joule (1818–1889), en engelsk fysiker der arbejdede med sammenhængen mellem arbejde og varme.[5] Sammenhængen med grundenhederne er

$$1 \text{ J} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}.$$

Eksempel 1.15

En person trækker en kasse 3,5 m med en kraft på 200 N. En skitse af situationen kan ses på figur 1.14. Som vist på skitsen er

$$F = 200 \text{ N} \quad \text{og} \quad \Delta s = 3,5 \text{ m},$$

så det arbejde kraften udfører er

$$A = 200 \text{ N} \cdot 3,5 \text{ m} = 700 \text{ J}.$$

Når man beregner en krafts arbejde, er det vigtigt at huske fortegnet. Hvis en kraft virker i den modsatte retning af bevægelsen, så er arbejdet nemlig negativt. Det skyldes at en kraft der virker modsat bevægelsesretningen, vil bremse bevægelsen.

Eksempel 1.16

Superman standser en kørende lastbil ved at stille sig foran den og skubbe. Han påvirker lastbilen med en kraft på 523 kN, og lastbilen stopper efter 13 m. En skitse af situationen kan ses på figur 1.15.

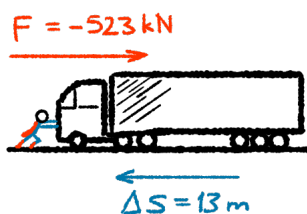
Som man kan se på skitsen, er kraften Superman skubber med, modsat rettet bevægelsesretningen. Hvis man regner lastbilens kørselsretning for positiv, bliver kraften Superman påvirker lastbilen med, derfor

$$F = -523 \text{ kN}.$$

Kraftens arbejde er så

$$\begin{aligned} A &= F \cdot \Delta s = -523 \text{ kN} \cdot 13 \text{ m} \\ &= -523 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot 13 \text{ m} = -6,799 \cdot 10^6 \text{ J} = -6,8 \text{ MJ}. \end{aligned}$$

Dette ret store negative arbejde skal der altså til at bremse lastbilen.



Figur 1.15: Superman standser en lastbil.

Øvelse 1.17

En person løfter en kasse op på et bord. Bordet er 80 cm højt, og kassen har en masse på 13 kg.

- a) Bestem tyngdekraften på kassen.

For at løfte kassen op på bordet skal personen levere en kraft der er lige så stor som tyngdekraften, men modsat rettet.

- b) Hvor stort et arbejde udfører personen på kassen?

Når kraften ikke er på linje med bevægelsen

I de tilfælde hvor kraften ikke ligger på linje med bevægelsesretningen, kan ovenstående formel for arbejdet ikke benyttes. Figur 1.16 viser en situation hvor en genstand påvirkes af en kraft F der danner en vinkel v med bevægelsesretningen. Idet kraftens arbejde udføres i denne retning, skal man derfor først finde komponenten F_s af kraften i bevægelsesretningen.

Figur 1.17 viser hvordan man finder komponenten F_s af kraften F i bevægelsesretningen. Der må da gælde at størrelsen af komponenten F_s er

$$F_s = F \cdot \cos(v).$$

Det er her værd at bemærke at $\cos(v)$ bliver negativ når vinklen er over 90° , hvilket passer med at kraften skal have negativt fortegn når den er imod bevægelsesretningen.

Kraftens udførte arbejde bliver så

$$A = F_s \cdot \Delta s = F \cdot \cos(v) \cdot \Delta s,$$

så hvis bevægelsen og kraften udtrykkes som vektorer, kan man beregne arbejdet på følgende måde.⁷

En krafts arbejde

En kraft F der påvirker en genstand der flyttes et stykke vej Δs , udfører arbejdet

$$A = F \cdot \Delta s \cdot \cos(v),$$

hvor v er vinklen mellem F og Δs .

Eksempel 1.18

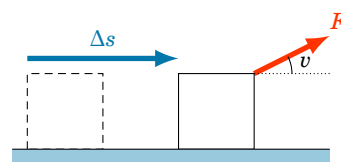
Figur 1.18 viser en person der trækker en slæde. Slæden bliver trukket med en kraft på 92 N der danner en vinkel på 26° med bevægelsesretningen. Hvis slæden trækkes 53 m, er det udførte arbejde

$$A = F \cdot \Delta s \cdot \cos(v) = 92 \text{ N} \cdot 53 \text{ m} \cdot \cos(26^\circ) = 4382 \text{ J} = 4,4 \text{ kJ}.$$

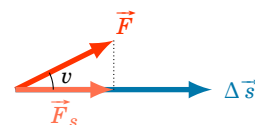
Øvelse 1.19

En person standser en løbsk, tungt læsset indkøbsvogn. Personen trækker i vognen med en kraft på 213 N der danner en vinkel på 162° med vognens bevægelsesretning. Vognen stopper efter 1,8 m.

- Tegn en skitse af situationen.
- Hvor stort et arbejde udfører personen på indkøbsvognen?

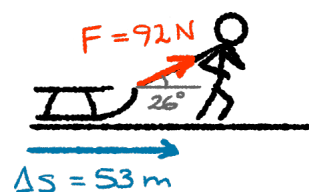


Figur 1.16: En kraft danner en vinkel v med bevægelsesretningen.



Figur 1.17: Komponent $\vec{F}_s$ af kraften $\vec{F}$ i bevægelsesretningen.

⁷Hvis man regner med F og Δs som vektorer, svarer dette til det såkaldte *skalarprodukt* af de to vektorer.



Figur 1.18: En person trækker en slæde.

Energi

Når en kraft virker på en genstand der bevæger sig, udfører kraften et arbejde. Dette arbejde går til at forandre noget ved genstanden, f.eks. flytte den mod tyngdekraften eller øge dens hastighed. Den fysiske størrelse *energi* er et mål for et systems evne til at udføre et arbejde. Hvis man løfter en genstand op i luften, har man tilført kassen energi der kan blive til et udført arbejde hvis man slipper genstanden. Idet energi er et mål for »oplagret arbejde«, er arbejde og energi samme slags størrelse, dvs. de måles også i samme enhed, nemlig joule (J). Enhedssymbolet for energi er E .

En genstand der er løftet over gulvet, har energi, og det samme gælder for en genstand i fart. En genstand kan derfor have flere former for energi. Listen herunder beskriver en række forskellige energiformer.

Kinetisk energi kaldes også *bevægelsesenergi*. Det er energien af en genstand i fart.

Potentiel energi kaldes også *beliggenhedsenergi*. Når en genstand løftes, får den potentiel energi fordi tyngdekraften så kan udføre et arbejde på genstanden. Potentiel energi kan også skyldes f.eks. elektriske og magnetiske felter, men i disse noter bliver der kun gennemgået potentiel energi der skyldes tyngdekraften.

Mekanisk energi er en samlet betegnelse for kinetisk og potentiel energi.

Termisk energi kaldes også *indre energi*. Det er den energi en genstand har når den er varmet op.

Kemisk energi er energi lagret i kemiske bindinger. Disse bindinger kan dannes eller brydes ved kemiske reaktioner.

Strålingsenergi er energi i lys.¹

Kerneenergi er energi lagret i atomkerners bindinger.

Elektrisk energi er energi der skyldes elektroners (eller andre elektrisk ladede partiklers) bevægelse.

Tabel 2.1 viser hvad der sker med en genstand der optager eller afgiver forskellige former for energi. Energi er altså noget der kan overføres fra en genstand til en anden.

Der findes to måder at overføre energi på. Enten som arbejde eller som varme. Begrebet *varme* er i fysik det samme som overførsel af

¹Betegnelsen »lys« dækker i fysik over enhver for elektromagnetisk stråling – ikke kun synligt lys.

Tabel 2.1: I tabellen ses forskellige energiformer samt en beskrivelse af, hvad der sker med en genstand, der modtager eller afgiver denne energiform.

Energiform	Modtager	Afgiver
Kinetisk energi	Accelereres	Bremses
Potentiel energi	Løftes	Sænkes
Termisk energi	Opvarmes, smelter, fordampes	Nedkøles, størkner, fortættes
Kemisk energi	F.eks. fotosyntese	F.eks. forbrænding
Strålingsenergi	Absorberer lys	Afgiver lys
Kerneenergi	F.eks. opbygning af tunge atomer	Fusion, fission
Elektrisk energi	Elektroner opbremses	Elektroner accelereres

termisk energi. Denne overførsel sker f.eks. hvis en kold genstand anbringes op ad en varm. Energi og energioverførsler opfylder den følgende naturlov:

Termodynamikkens 1. lov

Energi kan omdannes fra én form til en anden, men energi kan ikke opstå ud af intet eller forsvinde. Et systems ændring i energi er lig summen af den tilførte varme, Q , og det arbejde, A , der udføres på genstanden:

$$\Delta E = Q + A .$$

Termodynamikkens første lov siger altså at man kan ændre energien af en genstand eller et system ved at tilføre varme og/eller udføre et arbejde, men energien skal komme et sted fra – den kan ikke opstå ud af ingenting.

Øvelse 2.1

En varm kop kaffe står på et bord i et tog der holder stille.

- a) Hvilke former for energi har kaffekoppen?

Nu betynder toget at køre.

- b) Ændrer det på kaffekoppens energi?

2-1 Energiomdannelser

En energiform kan altså konverteres til en anden. I dette afsnit beskrives nogle eksempler på energiomdannelser.

Eksempel 2.2

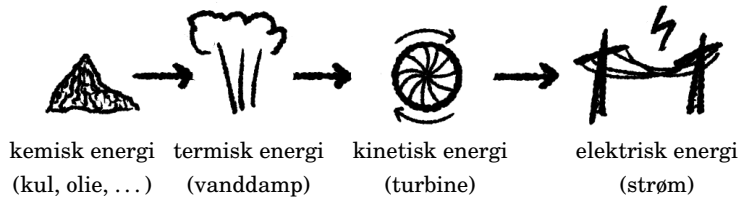
Figur 2.2 viser et billede af Fynsværket som er et stort kraftvarmeværk. Her brændes kul, olie og naturgas for at lave strøm (og fjernvarme).

Et kraftvarmeværk producerer altså strøm, dvs. elektrisk energi. For at gøre det brænder man fossile brændstoffer. Her ved bliver den kemiske energi i brændstofferne omdannet til termisk energi der bruges til at varme vand op. Vandet fordamp-



Figur 2.2: Fynsværket.[13]

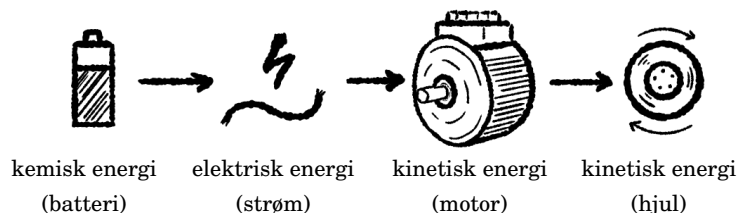
per så, og noget af den termiske energi bliver til kinetisk energi i vanddampen der driver en turbine. Turbinen omsætter den kinetiske energi til elektrisk energi der så kan sendes ud til forbrugeren via ledningsnettet:



For hver eneste energiomdannelse i eksemplet ovenfor vil der være et energitab i form af varme, dvs. det er ikke al den kemiske energi der er bundet i de fossile brændstoffer, som bliver til elektrisk energi. På et kraftvarmeværk minimerer man dette tab ved at bruge noget af overskudsvarmen til fjernvarme i stedet for bare at lukke den ud til omgivelserne, men man kan aldrig få tabet helt ned på 0.

Eksempel 2.3

Hvis man kører en tur i en elbil, sker der også en række energiomdannelser. Her bliver den kemiske energi i bilens batteri omdannet til elektrisk energi som i motoren bliver omsat til kinetisk energi der overføres til bilens hjul:



I eksemplet med bilen, er der også et energitab i hver eneste omdannelse af energi. Herudover er bilen påvirket af gnidningskræfter: Luftmodstand, gnidning mellem hjulene og vejen og gnidning i de enkelte bevægelige dele i bilen.

Hvis bilen kører ligeud med en konstant hastighed, siger Newtons første lov at den resulterende kraft er 0. Det betyder altså at al den energi der hentes ud af batteriet, lige præcis går op med gnidningskræfternes (negative) arbejde på bilen. Idet den kinetiske energi af bilen ikke ændres, bliver al den kemiske energi fra batteriet altså omdannet til termisk energi.

Øvelse 2.4

En kedel med vand opvarmes over et lejrbrål.

- Beskriv de energiomdannelser der finder sted.

Øvelse 2.5

En solcelledrevet havelampe består af nogle solceller der kan omsætte Solens lys til elektrisk energi, et batteri og en pære der kan lyse. Batteriet oplades om dagen når Solen skinner, og lampen lyser så når det bliver mørkt.

a) Beskriv de energiomdannelser der finder sted.

2-2 Energikvalitet

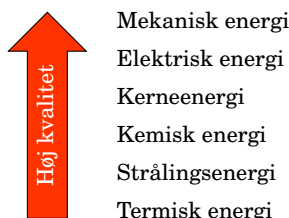
Energi er et udtryk for et systems evne til at udføre et arbejde, men det betyder ikke at al energien uden videre kan konverteres til arbejde. Som nævnt ovenfor vil der som regel dannes varme når en energiform omdannes til en anden. I sidste ende betyder det også at ikke alle energiformer kan konverteres til arbejde »lige godt«.

Man taler her om forskelle i *energikvalitet*. Når man siger at en energiform har høj kvalitet, mener man at energien kan konverteres til arbejde med et meget lille tab. På figur 2.3 kan man se energiformerne arrangeret efter energikvalitet.

Som det fremgår af figuren, er termisk energi den energiform der har den laveste energikvalitet. At genstande har termisk energi, skyldes at de mikroskopiske partikler stof består af (dvs. atomer eller molekyler) altid er i bevægelse. Termisk energi er faktisk et udtryk for den samlede kinetiske og kemiske energi af de partikler en genstand består af. Idet bevægelserne af de mikroskopiske partikler er tilfældige, og selv en lille bitte smule af et stof indeholder milliarder og atter milliarder af atomer/molekyler, er denne energi meget uordnet. Termisk energi er derfor enormt svær at udnytte, og man kan kun konvertere den til en anden energiform i de tilfælde hvor man kan opretholde en temperaturforskel mellem to genstande.

Som det fremgår af det ovenstående, kan energikvalitet altså også ses som et mål for hvor »ordnet« energien er, og her er termisk energi den energiform der er mest uordnet. Kinetisk og potentiel energi er til gengæld meget ordnede energiformer, idet de mikroskopiske partikler i et stof her alle bevæger sig i samme retning eller ligger samme sted. Energien er derfor let at konvertere til andre energiformer. Men uanset hvor »let« en energiform kan konverteres vil der i praksis altid være et lille energitab i form af varme. Ingen proces kan altså konvertere energi 100% effektivt.²

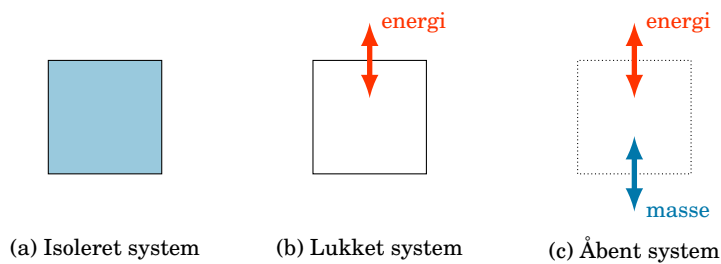
²Med mindre man vil konvertere det hele til termisk energi.



Figur 2.3: Energiformer arrangeret efter energikvalitet.

2-3 Isolerede systemer

Når man analyserer et problem i fysik – enten teoretisk eller ved at udføre et eksperiment – kalder man de genstande man analyserer, for et *system*. Et system er altså et lille hjørne af Universet som man betragter afskåret fra resten. Skal man beskrive et systems egenskaber, skelner man mellem *isolerede*, *lukkede* og *åbne* systemer.



Figur 2.4: I det isolerede system er der ingen energi- eller masseudveksling med omgivelserne. I det lukkede system kan der ske energiudveksling, men ingen udveksling af masse, mens der i det åbne system kan være udveksling af både energi og masse.

Isoleret system Et system der er fuldstændigt afskåret fra resten af Universet. Der kan hverken ske transport af energi eller masse ind eller ud af systemet.

Lukket system Et system hvor der godt kan være transport af energi ind og ud af systemet, men ikke af masse.

Åbent system Et system der er fuldstændigt åbent for transport af både masse og energi.

Figur 2.4 illustrerer forskellen på de tre systemer.

Ideelt set vil man gerne have at der er tale om et såkaldt *isoleret* system, dvs. et system der er fuldstændigt afskåret fra resten af Universet, sådan at der ikke forekommer transport af energi eller masse ind eller ud af systemet. Så skal man nemlig ikke tænke på interaktioner med alt hvad der er uden om systemet.

Det er ikke muligt i praksis at skabe et fuldstændigt isoleret system. Når man stiller et fysikforsøg op, vil det dog ofte være sådan at man betragter det system man kigger på som isoleret – og dette vil naturligvis kun være tilnærmelsesvis rigtigt. Men tilnærmelsen er som regel god hvis man kun kigger på systemet i et begrænset tidsrum (f.eks. så kort tid at en evt. energitransport til omgivelserne er så lille at man kan se bort fra den).

Øvelse 2.6

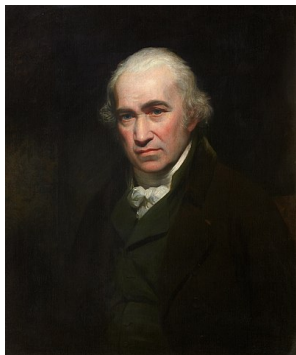
En termokande med kaffe står på et bord.

- a) Er termokanden et isoleret, lukket eller åbent system?

2-4 Effekt og nyttevirkning

Hvis man fylder en elkedel med vand og tænder for den, vil den efter et stykke tid have omsat en elektrisk energi på 1000 J til termisk energi. Tænder man for en elektrisk pære vil den også på et tidspunkt have omsat 1000 J elektrisk energi til lysenergi (og noget termisk energi). Forskellen på de to situationer er at det tager pæren meget længere tid at omsætte 1000 J end det tager elkedlen. Man siger at de to apparater har forskellig *effekt*.

Effekt er et mål for hvor hurtigt energi bliver omsat. Der er altså tale om en slags »energiomsætnings hastighed«. Man beregner effekten som forholdet mellem den omsatte energi og den tid der er gået.



Figur 2.5: James Watt.[10]

Effekt

Effekt er energiændring pr. tid:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t}.$$

Idet man dividerer en energi med en tid, bliver SI-enheden for effekt joule pr. sekund (J/s); denne enhed har fået navnet *watt* (W) efter James Watt (1736–1819), en skotsk opfinder hvis dampmaskine i høj grad bidrog til den industrielle revolution i det 19. århundrede.[4] Der gælder altså at

$$1 \text{ W} = 1 \text{ J/s}.$$

Eksempel 2.7

Hvis man måler at en elektrisk pære bruger energien 204 J i løbet af et minut, kan man udregne pærens effekt. Man har

$$\Delta E = 204 \text{ J}$$

$$\Delta t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s},$$

dvs.

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{204 \text{ J}}{60 \text{ s}} = 3,4 \frac{\text{J}}{\text{s}} = 3,4 \text{ W}.$$

Pærens effekt er altså 3,4 W.

Eksempel 2.8

En mikrobølgeovn omsætter energi med en effekt på 800 W. Hvor meget energi bliver der omsat hvis mikrobølgeovnen er tændt i 3 min?

Her ved man at

$$P = 800 \text{ W}$$

$$\Delta t = 3 \text{ min} = 3 \cdot 60 \text{ s} = 180 \text{ s}.$$

Man ved også at

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} \quad \Leftrightarrow \quad \Delta E = P \cdot \Delta t,$$

og den omsatte energi er så

$$\Delta E = 800 \text{ W} \cdot 180 \text{ s} = 144\,000 \text{ J} = 144 \text{ kJ}.$$

Det er vigtigt i denne sammenhæng at være opmærksom på at effekten ikke siger noget om hvor meget energi der omsættes, men hvor hurtigt det går. Når en bil kører 80 km/h, siger farten ikke noget om hvor langt bilen kører. På præcis samme måde ved man heller intet om hvor meget energi der bliver omsat når effekten er f.eks. 800 W; hvis man vil vide det skal man også vide hvor lang tid der går. Mikrobølgeovnen i eksemplet ovenfor omsatte f.eks. en energi på 144 kJ på 3 min. Hvis ovnen havde kørt i dobbelt så lang tid ville

den have omsat dobbelt så meget energi, men effekten vil stadig være 800 W.

Øvelse 2.9

En elkedel omsætter en energi på 108 kJ på 90 s.

- a) Bestem elkedlens effekt.

Øvelse 2.10

Et tv har en effekt på 106 W.

- a) Hvor meget energi omsætter tv'et hvis det er tændt i 2 timer?

Prisen for den elektriske energi er 70 øre pr. megajoule.

- b) Hvor meget koster det at have fjernsynet tændt i 2 timer?

Øvelse 2.11

Når man får leveret elektrisk energi fra et elselskab, angives energien ofte i enheden kilowatt-time (kWh). 1 kWh er den mængde energi der omsættes når man omsætter energi med en effekt på 1 kW i en time.

- a) Hvor mange sekunder er der på en time?
b) Hvor mange joule svarer 1 kWh til?

Ovenfor er det blevet beskrevet hvordan enhver omsætning af energi også giver et tab i form af varme. I en proces hvor der omsættes energi, vil det altså ikke være al energien der bliver brugt til det man egentlig vil. Hvis man f.eks. koger vand i en elkedel, er det ikke kun vandet der bliver varmt, men også selve elkedlen, og noget af varmen afgives også til omgivelserne.

Hvis man skal sammenligne forskellige processer hvor der omdannes energi, har man brug for et mål for effektiviteten af energiomdannelsen. Dette kalder man *nyttevirkningen*. Nyttevirkningen er forholdet mellem den energi der udnyttes og den totale omsatte energi. Størrelsessymbolet for nyttevirkning er η (det græske bogstav »eta«).

Nyttevirkning

$$\eta = \frac{E_{\text{udnyttet}}}{E_{\text{total}}}.$$

Nyttevirkningen bliver således et tal der ligger mellem 0 og 1. Hvis tallet er 0, betyder det at intet af energien bliver udnyttet til det egentlige formål, mens en værdi på 1 betyder at der intet tab er. Bemærk at nyttevirkningen ikke har nogen enhed idet den er lig med forholdet mellem to energier.

Eksempel 2.12

For at varme 1 L vand op fra 10°C til 100°C, skal man tilføre en varme på 376,2 kJ. 1 L vand med en temperatur på 10°C hældes i en elkedel med en påtrykt effekt på 1800 W. Elkedlen er 4 minutter om at varme vandet op til kogepunktet.

Hvis man vil beregne elkedlens nyttevirkning, skal man først kende den totale omsatte energi. Denne kan beregnes ud fra effekten og tiden. Man har

$$P = 1800 \text{ W}$$

$$\Delta t = 4 \text{ min} = 4 \cdot 60 \text{ s} = 240 \text{ s}.$$

Den omsatte energi er så

$$E_{\text{total}} = P \cdot \Delta t = 1800 \text{ W} \cdot 240 \text{ s} = 432\,000 \text{ J} = 432 \text{ kJ}.$$

Da det kun er 376,2 kJ af energien der udnyttes, bliver nyttevirkningen

$$\eta = \frac{376,2 \text{ kJ}}{432 \text{ kJ}} = 0,87.$$

Når nyttevirkningen er 0,87, betyder det at 87% af den totale omsatte energi går til at varme vandet op, resten er tab.

Øvelse 2.13

En kaffemaskine sluttet til en energimåler. Der hældes 1 L vand i maskinen som derefter tændes. Når kaffen er færdig har vandet en temperatur på 92°C, og energimåleren kan aflæses til 520 kJ.

- Hvad er nyttevirkningen af kaffemaskinen når det kræver en energi på 322 kJ at varme 1 L vand op fra 15°C til 92°C?
- Hvad går resten af energien til?

Mekanisk energi

Den mekaniske energi er summen af den kinetiske og den potentielle energi. Dvs. den mekaniske energi E_{mek} af en genstand kan beregnes som

Mekanisk energi

$$E_{\text{mek}} = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} ,$$

hvor E_{kin} er den kinetiske, og E_{pot} er den potentielle energi.

Før man kan beregne denne er man nødt til at vide hvordan man beregner den kinetiske og den potentielle energi.

3-1 Kinetisk energi

Ifølge Newtons 2. lov, vil genstand der påvirkes af en kraft, ændre fart (eller retning). Hvis man vil øge en genstands fart, skal man derfor udføre et arbejde på genstanden. Herved vokser genstandens kinetiske energi.

Sammenligner man en tung og en let genstand der begge har samme fart, må der ifølge Newtons 2. lov være udført et større arbejde på den tunge genstand for at få den op i fart. Tilsvarende må der også udføres et større arbejde, jo højere fart man vil opnå. Den kinetiske energi afhænger altså både af masse og fart. En egentlig matematisk analyse ligger ud over formålet med disse noter, men man kan vise at det følgende gælder.

Kinetisk energi

Den kinetiske energi af en genstand med farten v er

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 ,$$

hvor m er genstandens masse.

Eksempel 3.1

En person sparker til en fodbold på 433 g så den opnår en hastighed på 25 m/s. Dvs. fodboldens masse og fart er

$$m = 433 \text{ g} = 0,433 \text{ kg}$$

$$v = 25 \text{ m/s} .$$

Boldens kinetiske energi er altså

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot 0,433 \text{ kg} \cdot (25 \text{ m/s})^2 = 135 \text{ J}.$$

Øvelse 3.2

En tennisbold med en masse på 57,9 g kommer flyvende med en fart på 35,8 m/s.

- a) Hvad er boldens kinetiske energi?

Øvelse 3.3

En bil med en masse på 1200 kg kører med en hastighed på 83 km/h.

- a) Bestem bilens hastighed i meter pr. sekund.
b) Hvad er bilens kinetiske energi?

Øvelse 3.4

En cykelrytter cykler ned ad en bakke. Den samlede masse af cyklen og rytteren er 79 kg, og den kinetiske energi er 3,06 kJ.

- a) Bestem cyklens hastighed.
b) Bestem cyklens hastighed i kilometer pr. time.

3-2 Potentiel energi

I dette kapitel ses kun på potentiel energi i et tyngdefelt, dvs. potentiel energi der skyldes tyngdekraften.¹ Her har en genstand mere potentiel energi jo højere oppe den befinder sig, idet tyngdekraften kan udføre et større arbejde på genstanden jo længere den kan falde.

For en genstand tæt ved jordoverfladen er tyngdekraftens størrelse

$$F = m \cdot g.$$

Hvis man skal løfte en genstand fra højden 0 til højden h , skal man derfor påvirke genstanden med en lige så stor kraft som tyngdekraften over strækningen $\Delta s = h - 0$ (svarende til højdeforskellen). Herved bliver det udførte arbejde

$$A = F \cdot \Delta s = m \cdot g \cdot \Delta s = m \cdot g \cdot (h - 0) = m \cdot g \cdot h.$$

En genstands potentielle energi er derfor lig denne størrelse.

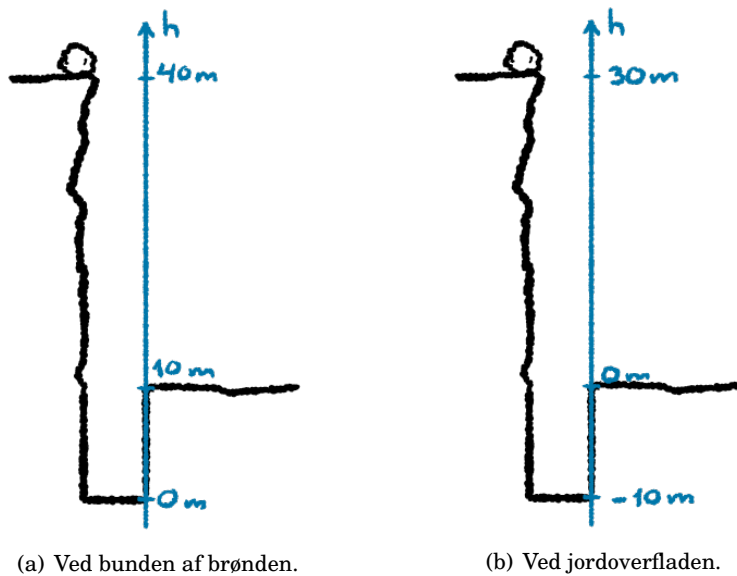
Potentiel energi

Den potentielle energi af en genstand er

$$E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h,$$

hvor m er genstandens masse, $g = 9,82 \text{ N/kg}$ er tyngdeaccelerationen, og h er den højde genstanden befinder sig i.

¹Potentiel energi kan også skyldes f.eks. elektriske og magnetiske felter, men beskrivelsen heraf ligger ud over formålet med disse noter.



Figur 3.1: En stor sten befinder sig på en 30 m høj klippe. For foden af klippen er der gravet en 10 m dyb brønd. Situationen kan analyseres både ved at sætte $h = 0$ ved jordoverfladen og ved bunden af brønden.

Det fremgår ikke af det ovenstående hvor højden er 0 – er det ved jordoverfladen? Hvad hvis man graver et dybt hul, er højden så 0 på bunden af hullet? Det viser sig at det er ligegyldigt hvor man vælger at sige at højden er 0.

Eksempel 3.5

En stor sten, der vejer 12 kg, ligger på toppen af en 30 m høj klippe. For foden af klippen er der gravet en 10 m dyb brønd (se figur 3.1). Hvis man sætter højden til 0 ved bunden af brønden, er højden 40 m ved toppen af klippen og 0 m ved bunden. Den potentielle energi ved toppen af klippen og ved bunden er så

$$E_{\text{pot},1} = m \cdot g \cdot h = 12 \text{ kg} \cdot 9,82 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 40 \text{ m} = 4,7 \text{ kJ}$$

$$E_{\text{pot},2} = m \cdot g \cdot h = 12 \text{ kg} \cdot 9,82 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 0 \text{ m} = 0 \text{ kJ}.$$

Sætter man i stedet $h = 0$ ved jordoverfladen, får man den potentielle energi ved toppen og ved bunden til

$$E_{\text{pot},1} = m \cdot g \cdot h = 12 \text{ kg} \cdot 9,82 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 30 \text{ m} = 3,5 \text{ kJ}$$

$$E_{\text{pot},2} = m \cdot g \cdot h = 12 \text{ kg} \cdot 9,82 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot (-10 \text{ m}) = -1,2 \text{ kJ}.$$

Men uanset om man vælger det ene eller det andet udgangspunkt, får stenen den samme ændring i potentiel energi når den falder fra toppen af klippen ned på bunden af brønden. Med $h = 0$ ved bunden af brønden får man nemlig

$$\Delta E_{\text{pot}} = E_{\text{pot},2} - E_{\text{pot},1} = 0 \text{ kJ} - 4,7 \text{ kJ} = -4,7 \text{ kJ},$$

og med $h = 0$ ved jordoverfladen får man

$$\Delta E_{\text{pot}} = E_{\text{pot},2} - E_{\text{pot},1} = 3,5 \text{ kJ} - (-1,2 \text{ kJ}) = -4,7 \text{ kJ}.$$

Bemærk i øvrigt at energitilvæksten er negativ idet stenen mister potentiel energi når den falder ned fra klippen.

Fordi man altid kigger på *tilvækster* i energi, betyder det altså ikke noget hvor man sætter højden til 0. Stenen i eksemplet ovenfor falder 40 m ned fra klippen, og den mister den samme potentielle energi, uanset om man vælger at sige at den falder fra 40 m til 0 m eller fra 30 m til -10 m. I praksis er det måske nemmest at regne fra 40 m til 0 m, men det ene valg er i princippet lige så godt som det andet.

Når man beregner den potentielle energi af en genstand, skal man derfor starte med at vælge hvor man sætter højden til 0. Det er et valg der ikke har nogen fysisk betydning, men det kan til gengæld have betydning for hvor nemt det er at regne på den givne situation.

Øvelse 3.6

En 1,5 kg tung kasse står på et 80 cm højt bord.

- a) Beregn kassens potentielle energi.

Øvelse 3.7

Den potentielle energi for stenen i eksempel 3.5 faldt med 4,7 kJ.

- a) Hvad er denne energi blevet omdannet til?

3-3 Potentiel energi i et tyngdefelt

Det er kun tæt ved jordoverfladen, man kan regne med en konstant tyngdekraft. Hvis dette ikke er tilfældet, skal tyngdekraften mellem to objekter beregnes med Newtons tyngdelov:

$$F = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2},$$

hvor m og M er de to objekters masser, og r er afstanden mellem dem. Heraf følger at to objekter altid vil påvirke hinanden med en tyngdekraft, men at den bliver mindre og mindre jo længere de er fra hinanden. Når et objekt har potentiel energi skyldes det tyngdekraften fra et andet objekt. Man siger at det ene objekt ligger i det andets *tyngdefelt*.

Hvis man skal bestemme et udtryk for den potentielle energi ud fra Newtons tyngdelov, skal man først bestemme i hvilken afstand man skal sætte den potentielle energi til 0. Idet man ikke kan sætte afstanden til 0 i Newtons tyngdelov,² vælger man i stedet at sige at den potentielle energi er 0 når de to objekter ikke længere påvirker hinanden med en tyngdekraft, dvs. når de er uendeligt langt væk fra hinanden.

Fordi den potentielle energi sættes til 0 når de to objekter er uendeligt langt fra hinanden, og den potentielle energi skal falde når de

²Fordi man så skulle dividere med 0, og det kan man som bekendt ikke.

to objekter nærmer sig hinanden, bliver den potentielle energi altid negativ. Størrelsen af den potentielle energi vil så svare til det arbejde der skal udføres på det ene objekt for at løsrive det fra det andet. Ved en matematisk analyse kan man komme frem til nedenstående udtryk for den potentielle energi.

Potentiel energi i et tyngdefelt

I tyngdefeltet for et objekt med massen M har et objekt med massen m den potentielle energi

$$E_{\text{pot}} = -G \cdot \frac{m \cdot M}{r},$$

hvor $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}$ er gravitationskonstanten, og r er afstanden mellem de to objekter.

Eksempel 3.8

Hubble-rumteleskopet, der blev opsendt i 1990, befinder sig i en bane omkring Jorden i en højde af 547 km (se figur 3.2). Teleskopet har en masse på $m = 12\,200 \text{ kg}$. [3]

Jordens masse er $M = 5,976 \cdot 10^{24} \text{ kg}$, og dens radius er 6371 km, dvs. teleskopet befinder sig i en afstand på

$$r = 6371 \text{ km} + 547 \text{ km} = 6918 \text{ km}$$

fra Jordens centrum.

Hubble-rumteleskopet har derfor en potentiel energi på

$$\begin{aligned} E_{\text{pot}} &= -G \cdot \frac{m \cdot M}{r} \\ &= -6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot \frac{12\,200 \text{ kg} \cdot 5,976 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{6918 \cdot 10^3 \text{ m}} \\ &= -7,03 \cdot 10^{11} \text{ J} = -703 \text{ GJ}. \end{aligned}$$

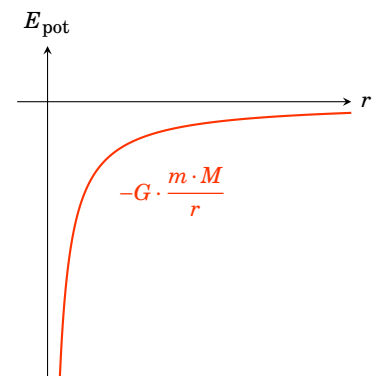
Det vil altså kræve et arbejde på 703 GJ at løsrive Hubble-rumteleskopet fra Jordens tyngdefelt.

Figur 3.3 viser grafen for den potentielle energi som funktion af afstanden. Der er ingen tal på akserne fordi de afhænger af masserne af de involverede objekter, men formen på grafen er den samme uanset værdierne af m og M . Som man kan se på grafen, ændrer den potentielle energi sig meget hurtigt når de to objekter er tæt på hinanden, og den ændrer sig meget langsomt når objekterne er langt fra hinanden.

Grafen viser også hvor meget energi man skal tilføre det ene objekt for at løsrive det fra det andet – det svarer til afstanden mellem grafen og førsteaksen. Man taler i denne sammenhæng om en *potentialbrønd*: Hvis man kigger på grafen, så viser den hvor meget energi man skal tilføje et objekt for at løfte det »ud af brønden«, dvs. for at løsrive objektet helt.



Figur 3.2: Hubble-rumteleskopet. [15]

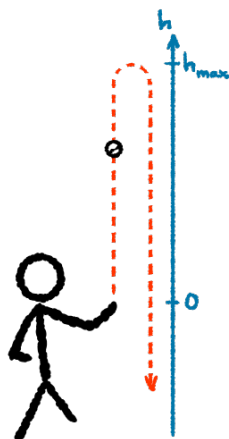


Figur 3.3: Den potentielle energi som funktion af afstanden.

Øvelse 3.9

En satellit med en masse på 231 kg befinder sig i et kredsløb om Jorden. Kredsløbet har en radius på 38 523 km (set i forhold til Jordens centrum).

- a) Bestem satellittens potentielle energi.



Figur 3.4: En bold kastes lodret opad.

3-4 Bevarelse af mekanisk energi

Den mekaniske energi af en genstand er, som tidligere nævnt, summen af dens kinetiske og dens potentielle energi. Hvis man kaster en bold opad (se figur 3.4), vil bolden have en kinetisk energi i begyndelsen som efterhånden omdannes til potentiel energi. Bolden bevæger sig herved langsommere og langsommere indtil den når sin maksimale højde $h_{\max}$. Herefter vil bolden falde tilbage igen; her falder den potentielle energi, og den kinetiske energi stiger.

Hvis man ser bort fra gnidningskræfter, bliver den kinetiske energi omdannet til potentiel energi (og omvendt på vejen ned), men den mekaniske energi, som er summen af de to, er konstant. Generelt har man det følgende resultat.

Bevarelse af mekanisk energi

For en genstand der ikke påvirkes af gnidningskræfter, er den mekaniske energi konstant, dvs.

$$\Delta E_{\text{mek}} = 0$$

hvilket er det samme som

$$\Delta E_{\text{kin}} + \Delta E_{\text{pot}} = 0.$$

Eksempel 3.10

Hvis bolden på figur 3.4 har en masse på 120 g og kastes opad med en fart på 8,9 m/s, har den i begyndelsen den kinetiske energi

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,120 \text{ kg} \cdot (8,9 \text{ m/s})^2 = 4,65 \text{ J}.$$

Når bolden er nået sin maksimale højde, er den kinetiske energi 0, dvs. tilvæksten i kinetisk energi er

$$\Delta E_{\text{kin}} = 0 \text{ J} - 4,65 \text{ J} = -4,65 \text{ J}.$$

Den mekaniske energi er konstant, så

$$\Delta E_{\text{kin}} + \Delta E_{\text{pot}} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \Delta E_{\text{pot}} = -\Delta E_{\text{kin}},$$

dvs.

$$\Delta E_{\text{pot}} = -(-4,65 \text{ J}) = 4,65 \text{ J}.$$

Hvis man sætter den potentielle energi til 0 ved udgangspunktet, er boldens potentielle energi altså vokset til 4,65 J.

Den potentielle energi er givet ved $E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h$, så man kan beregne højden som

$$h = \frac{E_{\text{pot}}}{m \cdot g}.$$

Derfor vil boldens maksimale højde være

$$h = \frac{4,65 \text{ J}}{0,120 \text{ kg} \cdot 9,82 \text{ N/kg}} = 3,9 \text{ m}.$$

Bolden kommer altså op i en højde på 3,9 m fra udgangspunktet.

Som eksemplet ovenfor viser, kan man beregne hvor en genstand kommer op når man kaster den. Omvendt kan man også beregne hvor stor en fart en faldende genstand kommer op på.

Eksempel 3.11

Stenen på figur 3.1 har en masse på 12 kg, og den falder 40 m ned. Stenens potentielle energi når den ligger på toppen af klippen, er altså

$$E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h = 12 \text{ kg} \cdot 9,82 \text{ N/kg} \cdot 40 \text{ m} = 4714 \text{ J}.$$

Stenen får derfor en tilvækst i potentiel energi på

$$\Delta E_{\text{pot}} = -4714 \text{ J},$$

og tilsvarende vil tilvæksten i kinetisk energi være

$$\Delta E_{\text{kin}} = -\Delta E_{\text{pot}} = 4714 \text{ J}.$$

Hvis stenens fart i begyndelsen er 0, bliver den kinetiske energi derfor 4714 J lige inden stenen rammer bunden af brønden. Den kinetiske energi kan beregnes som

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad \Leftrightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{\text{kin}}}{m}}.$$

Stenen opnår altså en fart på

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 4714 \text{ J}}{12 \text{ kg}}} = 28 \text{ m/s}.$$

Øvelse 3.12

En sten med en masse på 12,7 g kastes opad med en fart på 4,2 m/s.

- Bestem stenens mekaniske energi.
- Hvor højt kommer stenen op før den falder ned igen?
- Med hvilken fart rammer stenen udgangspunktet?

Øvelse 3.13

En bold med massen 43 g slippes 1,5 m over gulvet.

- Bestem den kinetiske og potentielle energi lige inden bolden slippes.
- Bestem den potentielle og den kinetiske energi når bolden er 50 cm over gulvet.
- Bestem boldens hastighed 50 cm over gulvet.
- Bestem den kinetiske energi lige inden bolden rammer gulvet.
- Med hvilken fart rammer bolden gulvet?

Det viser sig at farten af en genstand der falder fra en bestemt højde, ikke er afhængig af genstandens masse.³

Eksempel 3.14

Figur 3.5 viser en genstand der falder fra højden h (position 1) til højden 0 (position 2). Lige når faldet begynder (position 1), er farten 0, dvs. den kinetiske energi er 0. Når genstanden rammer jorden, er den potentielle energi til gengæld 0.

Idet den mekaniske energi er konstant, har man at

$$E_{\text{kin},1} + E_{\text{pot},1} = E_{\text{kin},2} + E_{\text{pot},2} ,$$

dvs.

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h .$$

I denne ligning kan man isolere farten v :

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h \quad \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2} \cdot v^2 = g \cdot h \quad \Leftrightarrow$$

$$v^2 = 2 \cdot g \cdot h \quad \Leftrightarrow$$

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} .$$

Farten afhænger altså ikke af genstandens masse.

Øvelse 3.15

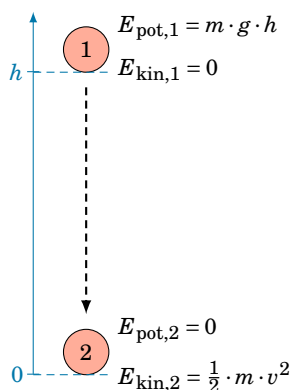
En cyklist holder stille på toppen af en bakke. Massen af cyklisten og cyklen er tilsammen 67 kg, og bakken er 28 m høj.

- Beregn cyklistens potentielle energi.

Cyklisten kører nu ned ad bakken uden at træde i pedalerne.

- Hvad er cyklistens fart ved foden af bakken?

³Dette gælder kun hvis man ser bort fra enhver form for gnidningskræfter (bl.a. luftmodstand). Men på korte strækninger kan man uden problemer se bort herfra.



Figur 3.5: En genstand falder fra højden h til højden 0.

Mekanisk energi i et tyngdefelt

Når et objekt befinder sig i et andet objekts tyngdefelt, er det den mekaniske energi der afgør om objektet er bundet i tyngdefeltet eller

kan slippe fri. Den potentielle energi er, som tidligere nævnt,

$$E_{\text{pot}} = -G \cdot \frac{m \cdot M}{r},$$

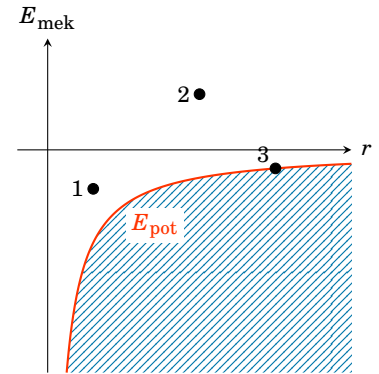
og den potentielle energi er 0 når de to objekter er uendeligt langt fra hinanden, dvs. her er objektet frit.

Hvis et objekt skal løsrives fra et tyngdefelt, skal der derfor tilføres tilstrækkelig kinetisk energi til at den mekaniske energi bliver positiv. Figur 3.6 viser en graf over den potentielle energi samt 3 forskellige objekter i tyngdefeltet.

Den mekaniske energi af objekt nr. 1 er negativ. Den kinetiske energi svarer til afstanden fra objektet ned til grafen for den potentielle energi. Fordi den kinetiske energi ikke er tilstrækkelig stor, er dette objekt bundet i tyngdefeltet.

Objekt nr. 2 har til gengæld en positiv mekanisk energi, dvs. objektet er ikke bundet af tyngdefeltet. Dette objekt har altså en større kinetisk energi end det der kræves for at komme fri af tyngdefeltet.

Det sidste objekt (nr. 3) ligger på grafen for den potentielle energi. Dvs. den mekaniske energi for dette objekt er lig med den potentielle, og objektets kinetiske energi er altså 0. Dette er den lavest mulige mekaniske energi et objekt i denne afstand kan have. Det skraverede område på grafen repræsenterer altså størrelser af den mekaniske energi der ikke er fysisk mulige (idet den kinetiske energi så skulle være negativ).



Figur 3.6: Den mekaniske energi af tre forskellige objekter i et tyngdefelt.

Eksempel 3.16

Hvor hurtigt skal man sende en raket afsted for at den kan undslippe Jordens tyngdefelt? For at svare på dette spørgsmål kan man starte med at se på rakettenes potentielle energi når den står ved jordoverfladen. Denne potentielle energi kan beregnes som

$$E_{\text{pot}} = -G \cdot \frac{m \cdot M}{r},$$

hvor m er rakettenes masse, M er Jordens masse, og r er rakettenes afstand til Jordens centrum (som er det samme som Jordens radius).

Rakettenes mekaniske energi er således

$$E_{\text{mek}} = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - G \cdot \frac{m \cdot M}{r}.$$

Hvis raketten lige præcis skal undslippe Jordens tyngdefelt, skal den mekaniske energi være 0, dvs.

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - G \cdot \frac{m \cdot M}{r} = 0.$$

I denne ligning kan man isolere farten v :

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - G \cdot \frac{m \cdot M}{r} = 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 &= G \cdot \frac{m \cdot M}{r} && \Leftrightarrow \\ \frac{1}{2} \cdot v^2 &= G \cdot \frac{M}{r} && \Leftrightarrow \\ v^2 &= \frac{2 \cdot G \cdot M}{r} && \Leftrightarrow \\ v &= \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M}{r}}.\end{aligned}$$

Her er det specielt værd at bemærke at farten ikke er afhængig af raketens masse.

Jordens masse er $M = 5,976 \cdot 10^{24}$ kg, og dens radius er $r = 6371$ km, dvs. den fart raketten skal have for at undslippe Jordens tyngdefelt, er

$$\begin{aligned}v &= \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot 5,976 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{6371 \cdot 10^3 \text{ m}}} \\ &= 11,2 \cdot 10^3 \text{ m/s} \\ &= 11,2 \text{ km/s}.\end{aligned}$$

Hvis man skal sende en raket (eller hvad som helst andet) ud af Jordens tyngdefelt, skal man altså sende den afsted med en fart på 11,2 km/s.

Øvelse 3.17

En satellit sendes i kredsløb. Satellitten har en masse på 241 kg, og kredsløbet har en radius på 35 800 km (set i forhold til Jordens centrum).

- Hvad er den potentielle energi af satellitten når den står på Jorden.
- Hvad er den potentielle energi af satellitten når den befinder sig i kredsløbet?
- Hvilken fart skal satellitten sendes op med?

Termisk energi

Termisk energi (også kaldet indre energi) er energi der er lagret inde i et stof. Ethvert stof består af atomer eller molekyler, og disse ligger aldrig helt stille. De mikroskopiske partikler som stoffet er lavet af, vil altid vibrere, rotere osv., og de vil også påvirke hinanden med kræfter. Den termiske energi er derfor summen af den mekaniske og kemiske energi af disse mikroskopiske partikler.

Idet den bevægelse de mikroskopiske partikler har, ikke er ordnet, giver det ikke mening at kigge på f.eks. den kinetiske energi af en enkelt partikel. I stedet kigger man på den gennemsnitlige kinetiske energi af partiklerne. Denne kommer til udtryk gennem en genstands temperatur – jo mere bevægelse der er, jo højere er temperaturen.¹

Man kan ændre en genstands termiske energi på to måder. Den ene er ved opvarmning, dvs. direkte overførsel af termisk energi; man taler her om overført varme. Den anden er ved at udføre et arbejde på genstanden som ændrer den termiske energi.

Når man udfører et arbejde på en genstand, går arbejdet i mange tilfælde til at overvinde gnidningskræfter, dvs. man ændrer ikke genstandens mekaniske energi, men kun den termiske. En bil der kører ud ad en vandret vej med en konstant fart, vil have en konstant mekanisk energi (idet bilen ikke ændrer hverken højde eller fart). Al det arbejde motoren udfører på bilen, bliver derfor til termisk energi.

Når man taler om termisk energi, fortæller termodynamikkens første lov altså at ændringen i termisk energi må være summen af den tilførte varme og det udførte arbejde.

¹Temperaturen af en genstand og den gennemsnitlige kinetiske energi af atomerne/molekylerne er ikke det samme, men der er en sammenhæng mellem de to.

Tilvækst i termisk energi

Hvis der tilføres varmen Q til en genstand, og omgivelserne udfører arbejdet A på genstanden, er

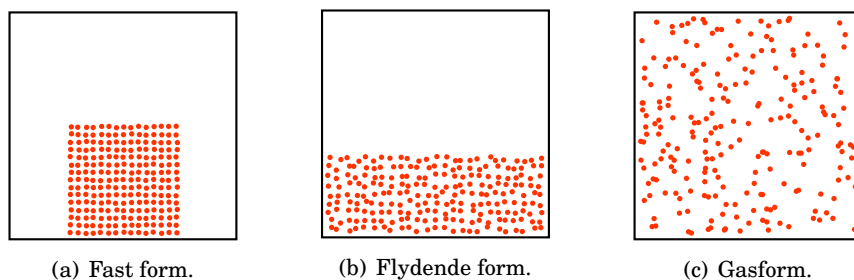
$$\Delta E_{\text{term}} = Q + A .$$

I denne formel er det underforstået at arbejdet kun går til at ændre den termiske energi. Hvis noget af arbejdet ændrer genstandens mekaniske energi, skal dette naturligvis ikke medregnes.

4-1 Tilstandsformer

Hvis man varmer en klump is op, vil den smelte og blive til vand, og varmer man endnu mere op vil vandet fordampe og blive til vanddamp. Det stof vi kalder vand, kan altså optræde i tre forskellige *tilstands-*

Figur 4.1: De fleste stoffer kan optræde i tre tilstandsformer, fast, flydende og gas.



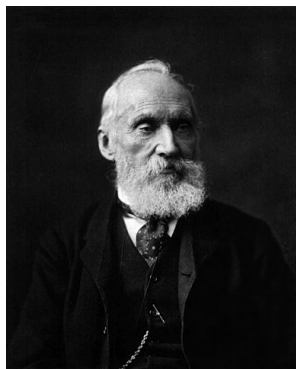
former eller *faser*, nemlig på fast form (is), flydende form (vand) og gasform (damp).

Figur 4.1 viser forskellen på de tre tilstandsformer. Når et stof er på fast form sidder stoffets partikler bundet til hinanden. De kan vibrere og rotere, men de sidder fast i en struktur. Dvs. stoffet ændrer ikke form. Er stoffet på flydende form, er partiklerne stadig bundet til hinanden, men bindingerne er ikke nær så kraftige og de kan bevæge sig rundt mellem hinanden. Hvis et stof er på flydende form, vil det derfor fylde bunden ud på den beholder det befinder sig i. På gasform er partiklerne ikke bundet til hinanden. De kan altså bevæge sig frit, og en gas fylder derfor den beholder ud som den befinder sig i.

Når man tilfører varme til en genstand, øger man genstandens termiske energi. Det betyder at energien af de mikroskopiske partikler stiger, og deres bevægelse bliver derfor voldsommere. Hvis man tilfører varme til et fast stof, kan man derfor opnå en så stor bevægelse af partiklerne at strukturen de er bundet i, går i stykker. Herved smelter stoffet og bliver flydende. Bliver man ved med at tilføre varme, vil bevægelsen af partiklerne til sidst blive så stor at de slet ikke kan være bundet til hinanden; så fordampes stoffet og bliver til en gas.



Figur 4.2: Anders Celsius.[9]



Figur 4.3: William Thomson, første Baron Kelvin.[17]

4-2 Temperatur

Når man ser en vejrudsigt i tv, indstiller en ovn, eller foretager sig noget andet der involverer temperaturer, bliver temperaturerne ofte målt i grader celsius ($^{\circ}\text{C}$), en temperaturskala der er opkaldt efter sin opfinder Anders Celsius (1701–1744), en svensk astronom og fysiker.[8]

Men celsius-skalaen er ikke den eneste temperaturskala der findes. F.eks. er SI-enheden for temperatur ikke grader celsius, men kelvin. Denne skala er opkaldt efter William Thomson, Baron Kelvin (1824–1907), som var en af de førende forskere inden for termodynamikken i det 19. århundrede.[6] I dette afsnit beskrives sammenhængen mellem disse to temperaturskalaer.

Som nævnt ovenfor er termisk energi et udtryk for den gennemsnitlige kinetiske energi af mikroskopiske partikler. Dvs. den termiske energi må hænge sammen med gennemsnitsfarten af disse partikler, sådan at en højere gennemsnitsfart giver en højere termisk energi og dermed en højere temperatur.

Den lavest mulige gennemsnitsfart har man når alle partikler ligger helt stille. Fordi der findes en lavest mulig gennemsnitsfart, må

der også findes en lavest mulig temperatur. Denne temperatur kalder man det *absolutte nulpunkt*, og eksperimenter viser at den ligger ved $-273,15^\circ\text{C}$.

På kelvin-skalaen sætter man 0 K til at være temperaturen ved det absolutte nulpunkt. 0 K svarer altså til $-273,15^\circ\text{C}$.² Det betyder at der ikke findes negative temperaturer i kelvin-skalaen fordi det absolutte nulpunkt er den lavest mulige temperatur.

Kelvin-skalaen er derudover defineret ved at temperaturforskelle har samme talstørrelse i grader celsius som i kelvin. Dvs. en stigning på 10 K er det samme som en stigning på 10°C . Det betyder at de to skalaer vokser lige hurtigt, og at forskellen mellem temperaturen i kelvin og temperaturen i grader celsius altid er 273,15, dvs.

$$\frac{T}{\text{K}} = \frac{T}{^\circ\text{C}} + 273,15.$$

Eksempel 4.1

Frysepunktet og kogepunktet for vand er

$$T_f = 0^\circ\text{C} \quad \text{og} \quad T_k = 100^\circ\text{C}.$$

For at omregne disse temperaturer til kelvin-skalaen skal man lægge 273,15 til, dvs. målt i kelvin er

$$T_f = 273,15 \text{ K} \quad \text{og} \quad T_k = 373,15 \text{ K}.$$

Se også figur 4.4.

Når man angiver temperaturen i en skala hvor temperaturen er 0 ved det absolutte nulpunkt (som f.eks. kelvin-skalaen), siger man at man angiver det *absolutte temperatur*. Rigtigt mange steder i fysik er det en fordel at arbejde med den absolutte temperatur, og det er derfor SI-enheden for temperatur er kelvin.

Øvelse 4.2

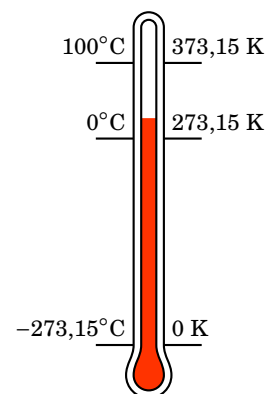
- Omregn 42°C til kelvin.
- Omregn 216 K til grader celsius.

Øvelse 4.3

En genstand varmes op fra en temperatur på 17°C til en temperatur på 38°C .

- Hvor stor er temperaturtilvæksten i grader celsius?
- Hvor stor er temperaturtilvæksten i kelvin?

²Bemærk i øvrigt at enhederne hedder *grader celsius* og *kelvin*. Der er altså ikke noget »grader« i enheden kelvin.



Figur 4.4: Sammenhængen mellem temperaturen i grader celsius og i kelvin.

4-3 Varmekapacitet og varmekapacitet

Eksperimenter viser at man skal tilføre (næsten) den samme energi for at varme en gryde med vand op fra 10°C til 11°C som man skal

tilføre for at varme den op fra 77°C til 78°C . Dvs. der skal tilføres en fast mængde energi til en genstand hver gang den skal varmes 1°C (eller 1 K) op. Denne størrelse kalder man genstandens *varmekapacitet*

Varmekapacitet

En genstands varmekapacitet C er forholdet mellem den tilførte varme Q og temperaturstigningen ΔT ,

$$C = \frac{Q}{\Delta T}.$$

Idet SI-enhederne for varme og temperatur er hhv. joule og kelvin, har varmekapacitet enheden J/K. Heraf kan man også se at varmekapacitet er et mål for hvor meget varme der skal tilføres pr. temperaturstigning.

Eksempel 4.4

En gryde med vand har en masse på 3,1 kg. Gryden tilføres en varme på 551 kJ hvorved temperaturen stiger fra 17°C til 95°C . Man har altså at varmen Q og temperaturændringen ΔT er

$$Q = 551 \text{ kJ}$$

$$\Delta T = 95^{\circ}\text{C} - 17^{\circ}\text{C} = 78^{\circ}\text{C} = 78 \text{ K}.$$

Dvs. varmekapaciteten af gryden med vand er

$$C = \frac{Q}{\Delta T} = \frac{551 \text{ kJ}}{78 \text{ K}} = 7,1 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}.$$

Denne størrelse viser at der skal tilføres 7,1 kJ til gryden med vand hver gang temperaturen skal stige med 1 K.

Bemærk at temperaturstigningen i eksemplet ovenfor har samme talværdi i grader celsius og i kelvin fordi der er tale om en *tilvækst*. Fordi springene på celsius-skalaen og kelvin-skalaen er lige store, vil en temperaturløvækst have samme talværdi i begge skalaer.

Øvelse 4.5

Et metallod har en varmekapacitet på 79 J/K.

- a) Hvor meget varme skal man tilføre for at varme loddet op fra 17°C til 43°C ?

Varmekapacitet er et mål for hvor meget energi (i form af varme) der skal tilføres pr. kelvin når man varmer en genstand op. Denne energi må være afhængig af genstandens masse. F.eks. må varmekapaciteten af 2 kg vand være det dobbelte af varmekapaciteten af 1 kg vand. Det betyder omvendt at dividerer man varmekapaciteten med massen, må man få den samme størrelse, uanset om man kigger på 1 kg vand eller 2 kg vand.

Det giver derfor mening at definere størrelsen *varmefylde* der er en genstands varmekapacitet pr. masse (varmefylde kaldes også *specifik*

varmekapacitet). Varmefylden c finder man ved at dividere varmekapaciteten med massen.

Varmefylde

Varmefylden c af et stof er givet ved

$$c = \frac{C}{m},$$

hvor C er varmekapaciteten for en bestemt mængde af stoffet, og m er massen af denne mængde.

SI-enheden for varmekapacitet er J/K, dvs. enheden for varmfylde bliver $\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$ (joule pr. kilogram pr. kelvin). Af denne enhed kan man se at varmfylde er et mål for hvor meget varme man skal tilføre pr. masse for at få en bestemt temperaturstigning. Varmefylden for nogle forskellige stoffer kan ses i tabel 4.5. Bemærk her at vand og is ikke har den samme varmfylde; et stof ændrer altså egenskaber ved at skifte tilstandsform.

Idet $C = \frac{Q}{\Delta T}$, og $c = \frac{C}{m}$, er

$$c = \frac{Q}{m \cdot \Delta T}.$$

Herudfra kan man udlede en formel for den varme man skal tilføre et stof for at få en bestemt temperaturstigning.

Varmetilførsel ved opvarmning

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T,$$

hvor m er massen, c er varmfylden, og ΔT er tilvæksten i temperatur.

Eksempel 4.6

Hvis man skal varme 260 g vand op fra 10°C til 35°C, er

$$m = 260 \text{ g} = 0,260 \text{ kg}$$

$$\Delta T = 35^\circ\text{C} - 10^\circ\text{C} = 25^\circ\text{C} = 25 \text{ K}.$$

Varmefylden for vand er $c = 4186 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$ (se tabel 4.5). Dvs. for at varme vandet op, skal man tilføre en termisk energi på

$$\begin{aligned} Q &= m \cdot c \cdot \Delta T \\ &= 0,260 \text{ kg} \cdot 4186 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}} \cdot 25 \text{ K} = 27209 \text{ J} = 27 \text{ kJ}. \end{aligned}$$

Tabel 4.5: Varmefylde, c , for forskellige væsker og faste stoffer.

Stof	$c / \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$
<i>Væske</i>	
Vand	4186
Havvand	3930
Motorolie	1840
Ethanol	2430
<i>Fast stof</i>	
Is	2040
Jern	449
Aluminium	897
Sølv	235
Messing	380

Øvelse 4.7

Et messinglod på 100 g varmes op fra 15°C til 42°C.

- a) Hvor meget varme er der blevet tilført til loddet?

Øvelse 4.8

En elkedel sluttet til en energimåler og fyldes med 850 mL vand der har en temperatur på 12°C. Elkedlen tændes, og den slukker af sig selv når vandet koger.

- a) Hvad er massen af vandet i elkedlen?
- b) Hvor meget varme er der blevet tilført til vandet for at bringe det på kogepunktet?

Ifølge energimåleren har elkedlen omsat en energi på 361 kJ.

- c) Hvad er elkedlens nyttevirkning?
- d) Hvad er den overskydende energi gået til?

Øvelse 4.9

Et lod med en masse på 100 g består af et ukendt metal. Loddet varmes op til 100°C, hvorefter det puttes i et isolerende bæger med 153 g vand der har en temperatur på 15,2°C. Efter et stykke tid opnår vandet og loddet en fælles temperatur på 25,4°C.

- a) Hvor stor er tilvæksten i vandets termiske energi?

Loddet og vandet kan betragtes som et isoleret system.

- b) Hvor stor er tilvæksten i loddets termiske energi?
- c) Hvad er loddets varmekapacitet?
- d) Hvad mon loddet består af?

Øvelse 4.10

Ifølge tabel 4.5 har vand en varmekapacitet på $4186 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$, mens ethanol har en varmekapacitet på $2430 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$.

- a) Hvilke af disse to stoffer vil egne sig bedst som kølemiddel?

4-4 Smelte- og fordampningsvarme

Hvis man bliver ved med at tilføre varme til et fast stof vil temperaturen stige til smeltepunktet. Bliver man ved med at tilføre varme, smelter stoffet. Når et stof smelter, brydes bindingerne mellem stoffets atomer/molekyler, og det kræver energi. Mens stoffet smelter, går al den tilførte varme til at smelte stoffet, dvs. temperaturen stiger ikke. Det samme sker når man varmer et flydende stof op til kogepunktet. Mens stoffet fordampes, stiger temperaturen ikke idet al energien går til at fordampe stoffet.

At smelte eller fordampe et stof kræver altså en hvis mængde tilført varme. Størrelsen af denne varme afhænger af hvilket stof det drejer sig om. Den varme der skal bruges pr. masse til at smelte et bestemt stof, kaldes stoffets *specifikke smeltevarme*, mens den varme der skal bruges pr. masse til at fordampe et stof, kaldes stoffets *specifikke fordampningsvarme*.

Heraf kan man udlede de følgende formler for den varme der skal tilføres for at smelte eller fordampe et stof der befinder sig på hhv. smelte- eller kogepunktet.

Smeltning og fordampning

For at smelte et stof skal man tilføre varmen

$$Q = m \cdot L_s,$$

og for at fordampe stoffet skal man tilføre varmen

$$Q = m \cdot L_f.$$

Her er m stoffets masse, og L_s og L_f er stoffets specifikke smeltevarme hhv. specifikke fordampningsvarme.

Tabel 4.6 viser den specifikke smeltevarme og den specifikke fordampningsvarme for nogle forskellige stoffer. Som man kan se i tabellen, er den specifikke fordampningsvarme større end den specifikke smeltevarme; det kræver altså mere varme pr. masse at fordampe et stof end at smelte et stof.

Eksempel 4.11

Vand har den specifikke smeltevarme $L_s = 334 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$. Det kræver altså en varme på 334 kJ at smelte 1 kg is ved 0°C . Hvis man har 150 g isterninger som allerede er på smeltepunktet, kræver det altså en varme på

$$Q = 150 \text{ g} \cdot 334 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 0,150 \text{ kg} \cdot 334 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 50,1 \text{ kJ}$$

at smelte isterningerne.

Den specifikke smelte- og fordampningsvarme er et mål for hvor meget varme der skal tilføres pr. masse for at smelte eller fordampe et stof når temperaturen allerede er på smelte- eller kogepunktet. Dvs. den specifikke smeltevarme for vand er altså et mål for hvor meget varme det kræver at smelte is der befinder sig på smeltepunktet (0°C). Hvis man har is der er koldere end 0°C , skal der tilføres mere varme for at smelte isen idet temperaturen først skal hæves til smeltepunktet, og det kræver også varme.

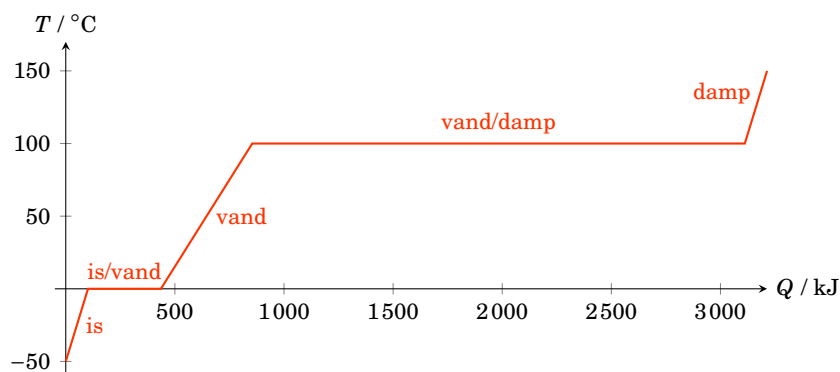
Figur 4.7 viser hvordan temperaturen af 1 kg is med en temperatur på -50°C ændrer sig efterhånden som man tilfører mere og mere varme. Førsteaksen viser den tilførte varme, og andenaksen viser temperaturen.

Som man kan se på figuren går den tilførte varme først til at hæve temperaturen af isen. Efterhånden som der tilføres mere og mere varme, stiger temperaturen op mod smeltepunktet. Når temperaturen når op på smeltepunktet, går varmen til at smelte isen. Mens isen smelter, er temperaturen konstant. Når al isen er smeltet til vand, vil den tilførte varme igen få temperaturen til at stige. Når så temperaturen

Tabel 4.6: Smelte- og fordampningsvarme for forskellige stoffer.

Stof	$L_s / \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$	$L_f / \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$
Vand	334	2257
Ethanol	–	837
Jern	247	6258
Kviksølv	11,4	294,7

Figur 4.7: Opvarmning af 1 kg is med en temperatur på -50°C .



er kommet op på kogepunktet, begynder vandet at fordampe. Efter al vandet er fordampet, begynder temperaturen igen at stige.

Som man også kan se på grafen stiger temperaturen af isen hurtigere end temperaturen af vandet. Det skyldes at varmekapaciteten for vand er væsentligt højere end varmekapaciteten for is. Man skal altså tilføre mere varme pr. masse for at opvarme vand, end man skal for at opvarme is.

Eksempel 4.12

Nogle gymnasieelever vil gerne måle den specifikke smeltevarme af is (vand). De tager et bæger og fylder det halvt op med vand. De måler vandets masse til 153 g og temperaturen til 17°C . Herefter tager de en isterning med en masse på 26 g og kommer ned i bægeret. Isen har ligget på bordet et stykke tid, så de går ud fra at isens temperatur er 0°C .

De rører nu forsigtigt rundt i bægeret mens isen smelter. Når al isen er smeltet, måler de temperaturen i bægeret til $3,1^{\circ}\text{C}$. Herefter analyserer de energiudvekslingerne i bægeret:

1. Isen smelter. Herved tilføres den termiske energi

$$\Delta E_{\text{is},1} = m_{\text{is}} \cdot L_s = 0,026 \text{ kg} \cdot L_s .$$

2. Isterningen, som nu er flydende vand, varmes op. Der tilføres den termiske energi

$$\begin{aligned} \Delta E_{\text{is},2} &= m_{\text{is}} \cdot c_{\text{vand}} \cdot \Delta T_{\text{is}} \\ &= 0,026 \text{ kg} \cdot 4186 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (3,1^{\circ}\text{C} - 0^{\circ}\text{C}) \\ &= 337,4 \text{ J} . \end{aligned}$$

3. Vandet i bægeret køles ned. Energertilvæksten er

$$\begin{aligned} \Delta E_{\text{vand}} &= m_{\text{vand}} \cdot c_{\text{vand}} \cdot \Delta T_{\text{vand}} \\ &= 0,153 \text{ kg} \cdot 4186 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (3,1^{\circ}\text{C} - 17^{\circ}\text{C}) \\ &= -8902,4 \text{ J} . \end{aligned}$$

Energertilvæksten er her negativ fordi vandets temperatur falder.

Eleverne går ud fra at bægeret er et isoleret system. Dvs. den samlede energertilvækst af systemet er 0:

$$\Delta E_{\text{is},1} + \Delta E_{\text{is},2} + \Delta E_{\text{vand}} = 0.$$

De indsætter udtrykkene fra deres analyse og får

$$0,026 \text{ kg} \cdot L_s + 337,4 \text{ J} - 8902,4 \text{ J} = 0$$

hvorefter de løser ligningen og finder den specifikke smeltevarme af is

$$L_s = \frac{8902,4 \text{ J} - 337,4 \text{ J}}{0,026 \text{ kg}} = 329 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}.$$

Deres resultat viser sig heldigvis at være tæt på tabelværdien.

Øvelse 4.13

Hvor meget energi kræver det at smelte 520 g jern der befinder sig på smeltepunktet?

Øvelse 4.14

En klump is tages ud af en fryser. Isens temperatur er -18°C , og dens masse er 254 g. Isen tilføres nu en varmeenergi på 85 kJ.

- a) Hvor stor en del af isen smelter?

Øvelse 4.15

Gymnasieeleverne i eksempel 4.12 målte isens specifikke smeltevarme til 329 kJ/kg, men ifølge tabel 4.6 er isens specifikke smeltevarme 334 kJ/kg.

- a) Hvilke grunde kan der være til at eleverne måler en lidt for lav værdi?

4-5 Brændværdi

I eksempel 2.2 blev det gennemgået hvordan der produceres elektrisk energi på et kraftvarmeværk. I den første del af processen brændes fossile brændstoffer af hvorved der dannes termisk energi. Den kemiske energi der kan frigøres som termisk energi når man brænder et stof af, kalder man stoffets *brændværdi*. Brændværdien B er et mål for hvor meget energi man kan frigøre pr. masse ved at afbrænde et stof. Tabel 4.8 viser brændværdien for nogle forskellige brændsler.

Da B er et mål for den frigjorte termiske energi pr. masse, kan man beregne denne energi som

Tabel 4.8: Brændværdien af forskellige brændsler.

Brændsel	$B / \frac{\text{MJ}}{\text{kg}}$
Brunkul	16,5
Stenkul	29,3
Fyrretræ	14,7
Halm	13,5
Benzin	42,7
Fyringsolie	40,6
Ethanol	25,3
Methan	50,4

Energi frigjort ved afbrænding

$$E = B \cdot m ,$$

hvor B er stoffets brændværdi.

Bemærk at brændværdierne i tabel 4.8 har enheden $\frac{\text{MJ}}{\text{kg}}$. Der frigives altså en hel del energi når man afbrænder 1 kg af et brændsel.

Eksempel 4.16

Hvis man afbrænder 2,9 kg halm, får man frigivet en termisk energi på

$$E = B \cdot m = 13,5 \frac{\text{MJ}}{\text{kg}} \cdot 2,9 \text{ kg} = 39 \text{ MJ} .$$

Øvelse 4.17

Hvor meget energi frigives der hvis man afbrænder 3 kg benzin?

Øvelse 4.18

Tre gymnasieelever er på campingtur, og de vil lave kaffe over et bål (se figur 4.9). De fylder 1 L vand i en kedel som de placerer over et lejrbaal. Vandets starttemperatur er 14°C , og de afbrænder 0,62 kg fyrretræ for at få vandet til at koge.

- Hvor meget energi har træet afgivet?
- Hvor meget energi kræver det at opvarme vandet til kogepunktet?
- Hvad er nyttevirkningen?



Figur 4.9: Kaffe over et lejrbaal.[11]

Bibliografi

- [1] Erik Strandgaard Andersen, Paul Jespersgaard og Ove Grønbæk Østergaard, red. *Databog fysik kemi*. 11. udg. F & K forlaget, 2012.
- [2] Keld Vrå Andersen. *Nu er verdens højeste bjerg blevet lidt højere*. 2020. URL: <https://nyheder.tv2.dk/> (hentet 13.10.2021).
- [3] Michelle Belleville, red. *Hubble Fast Facts*. 26. okt. 2021. URL: <https://www.nasa.gov/content/about-facts-hubble-fast-facts> (hentet 08.11.2021).
- [4] Peter W. Kingsford. »James Watt«. I: *Encyclopedia Britannica*. 21. aug. 2021. URL: <https://www.britannica.com/biography/James-Watt> (hentet 04.11.2021).
- [5] Ole Knudsen. »James Prescott Joule«. I: *Den Store Danske* på *lex.dk*. 7. maj 2020. URL: https://denstoredanske.lex.dk/James_Prescott_Joule (hentet 19.10.2021).
- [6] David Saxon. *In praise of Lord Kelvin*. 17. dec. 2007. URL: <https://physicsworld.com/a/in-praise-of-lord-kelvin/> (hentet 11.11.2021).
- [7] George Smith. »Isaac Newton«. I: *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. Red. af Edward N. Zalta. Metaphysics Research Lab, Stanford University, 2008. URL: <https://plato.stanford.edu/archives/fall2008/entries/newton/> (hentet 12.10.2021).
- [8] Knud Erik Sørensen. »Anders Celsius«. I: *Den Store Danske* på *lex.dk*. 7. maj 2020. URL: https://denstoredanske.lex.dk/Anders_Celsius (hentet 11.11.2021).

Billedkilder

- [9] Olof Arenius. *Anders Celsius*. Oliemaleri. Uppsala Universitet.
- [10] Sir William Beechey. *Portræt af James Watt*. Olie på lærred, ca. 1802. Heriot-Watt University, Skotland.
- [11] *Campfire coffee somewhere in a forest in Uusimaa, Finland*. 2008. URL: <https://commons.wikimedia.org>.
- [12] Tudor Washington Collins. *An elephant pushing a car out of the mud*. URL: <https://commons.wikimedia.org/>.
- [13] Danielle Keller. *Fynsværket*. 2006. URL: <https://commons.wikimedia.org/>.
- [14] Godfrey Kneller. *Portræt af Sir Isaac Newton*. Olie på lærred, 1689. Isaac Newton Institute, Cambridge.

- [15] NASA. *Hubble Against Earth Horizon*. 10. okt. 1997. URL: <https://images.nasa.gov/details-PIA18165> (hentet 10.11.2021).
- [16] Henry Roscoe. *The Life & Experiences of Sir Henry Enfield Roscoe*. London og New York: Macmillan, 1906.
- [17] Smithsonian Libraries and Archives. *Portrait of William Thomson, Baron Kelvin*. URL: <https://library.si.edu/image-gallery/74046>.
- [18] Ed Sweeney. *Serious Squirrel*. URL: <https://piqs.de/fotos/144161.html>.
- [19] Arthur Churchill Warner. *Dog sled team and man with sled loaded with supplies, location unknown*. ca. 1899. URL: <https://commons.wikimedia.org/>.